Università di Bologna – ***Analisi Statistica***

"Valutazione di probabilità"

Giochi di carte

Si abbiano 52 carte di quattro semi differenti: 13 fiori e 13 picche neri, 13 quadri e 13 cuori rossi.

Le possibili permutazioni sono 52! e dunque la probabilità di ottenere una delle 52! è: $1/52!$

a) Si determini la probabilità di una permutazione, in cui non vi siano due carte consecutive dello stesso colore.

Soluzione

Si dispongano le carte rosse nei posti pari, il che può farsi in 26! modi; quelle nere nei posti dispari, il che può farsi in altri 26! modi.

La probabilità cercata è: $2\dfrac{26!}{52!}$

b) Se dal mazzo si estraggono n=13 carte si otterranno $\binom{52}{13}$ combinazioni possibili (52 oggetti a 13 a 13):

Soluzione

$$\frac{52*51*50*49*48*47*46*45*44*43*42*41*40}{13*12*11*10*9*8*7*6*5*4*3*2*1} = 6,35*10^{11}$$

c) Qual è la probabilità che una mano di 13 carte estratte da un mazzo di 52 carte contenga l'asso di picche?

Soluzione

La probabilità cercata vale: $\dfrac{\binom{51}{12}}{\binom{52}{13}} = \dfrac{51*50*...*40}{1*2*...*12}\cdot\dfrac{1*2*...*13}{52*51*...*40} = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$

d) Come si calcola la probabilità di ottenere, da un mazzo di 52 carte, una mano di 13 carte così composto:

4 carte di un colore, 3 carte di altro colore, e così via. Per esempio: 4 picche, 3 cuori, 3 quadri , 3 fiori

Soluzione

Le 4 carte dello stesso seme possono essere scelte tra $\binom{13}{4}$ modi possibili; gli altri tre semi possono essere scelti tra $\binom{13}{3}$ modi possibili. Poiché potremmo avere anche 4 cuori, 3 picche, 3 quadri, 3 fiori è evidente che i casi favorevoli sono $4*\left[\binom{13}{4}\binom{13}{3}\binom{13}{3}\binom{13}{3}\right]$. La probabilità di ottenere una mano 4,3,3,3 è dunque:

$$\frac{4*\left[\binom{13}{4}\binom{13}{3}\binom{13}{3}\binom{13}{3}\right]}{\binom{52}{13}} = 4*\frac{13*12*11*10}{1*2*3*4}*\frac{13*12*11}{1*2*3}*\frac{13*12*11}{1*2*3}*\frac{13*12*11}{1*2*3}*\frac{1*2*...*13}{52*51*...*40} =$$

$$=10*\left(\frac{13*12*11}{1*2*3}\right)^4*\frac{1}{635*10^{11}} = 1,0536/1000$$