Università di Bologna – ***Analisi Statistica***

"Valutazione di probabilità"

Gioco del lotto

Da un'urna, contenente 90 palline numerate da 1 a 90, si estraggono in successione 5 palline, senza rimettere nell'urna la pallina estratta. Si domanda quale sia la probabilità che alla cinquina estratta appartengano $r \leq 5$ numeri prefissati.

Soluzione

Il numero dei casi possibili all'atto di un'estrazione è quello delle $\binom{90}{5}$ combinazioni che 90 oggetti possono formare a 5 a 5. Tra queste $\binom{90}{5}$ cinquine quelle che contengono - in qualsiasi posizione e ordine - gli r numeri prefissati sono tante quante le combinazioni dei rimanenti $(90-r)$ numeri a $(5-r)$ a $(5-r)$ e costituiscono l'insieme dei casi favorevoli alla r-pla preassegnata: estratto per r=1; ambo per r=2; terno per r=3; quaterna per r=4; cinquina per r=5. La probabilità di tale r-pla è dunque: $\binom{90-r}{5-r} \Big/ \binom{90}{5}$.

Per un estratto la probabilità è: $\binom{89}{4} \Big/ \binom{90}{5} = \frac{89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86}{4!} \frac{5!}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{1}{4!}\frac{5!}{90} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$

Per un ambo la probabilità è: $\binom{88}{3} \Big/ \binom{90}{5} = \frac{88 \cdot 87 \cdot 86}{3!} \frac{5!}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{5 \cdot 4}{90 \cdot 89} = \frac{1}{400,5}$

Per un terno la probabilità è: $\binom{87}{2} \Big/ \binom{90}{5} = \frac{87 \cdot 86}{2!} \frac{5!}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{90 \cdot 89 \cdot 88} = \frac{1}{11.748}$

Per una quaterna la probabilità è: $\binom{86}{1} \Big/ \binom{90}{5} = 86 \frac{5!}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87} = \frac{1}{511.038}$

Per una cinquina la probabilità è: $\binom{85}{0} \Big/ \binom{90}{5} = \binom{0}{0} \Big/ \binom{90}{5} = 1 \cdot \frac{5!}{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86} = \frac{120}{5.273.912.160} = \frac{1}{43.949.268}$

Dal ***Calcolo combinatorio*** ricordiamo che per convenzione è:

$\binom{n}{0} = \binom{0}{0} = 1$ inoltre $\binom{n}{k} = 0$ per $k > n$.