
Esercizio di Meccanica dei fluidi

ing. Giorgio Bertucelli

Esercizio 1 *Trovare la velocità di caduta libera di una sfera di diametro $D = 200$ mm e di massa $m = 7.14$ kg quando essa cade per gravità attraverso i seguenti fluidi: a) aria secca in condizioni standard al livello del mare; b) aria a 3000 m; c) acqua a 28°C ; d) acqua a 5°C .*

Soluzione

Le forze che lungo il percorso di caduta agiscono sulla sfera sono:
il peso

$$P = mg = 70 \text{ N}$$

La forza di galleggiamento:

$$F_G = \text{peso della sfera fluida di diametro di } 200 \text{ mm}$$

La forza di resistenza

$$F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A$$

dove i simboli conservano il significato già visto negli esercizi precedenti. La condizione per cui la velocità di caduta sarà costante è

$$P - F_G = F_D$$

Considerando costante la densità del fluido, i calcoli che seguono sono ovviamente approssimati. Si capirà subito il perché. Iniziamo con il caso a) assumendo come valore della pressione al livello del mare e a 15°C e della densità

$$p = 101325 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

Viscosità dinamica e viscosità cinematica:

$$\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}^2, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} = 1.47 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Calcoliamo

$$F_D = P - F_G \simeq 70 \text{ N}$$

Poiché il coefficiente C_D è funzione del numero di Reynolds e quest'ultimo è funzione della velocità, si dovrà procedere per tentativi affinché per la velocità si trovi un unico valore.

Tentativo 1a

$$C_D = 0.3 \implies F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \implies V = \sqrt{\frac{2F_D}{C_D \rho A}} = 110 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = 1.5 \cdot 10^6$$

per cui non esiste il punto di incontro tra C_D e Re (fig. 1).

Tentativo 2a

$$C_D = 0.2 \implies F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \implies V = \sqrt{\frac{2F_D}{C_D \rho A}} = 135 \text{ m/s}$$

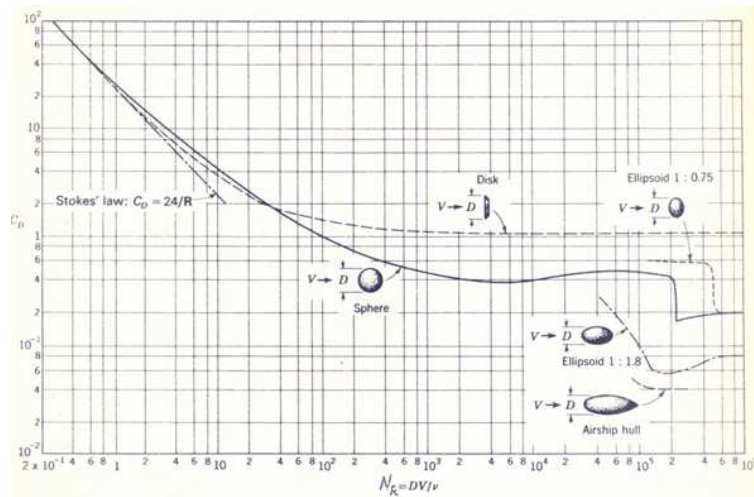


Figura 1: Esercizio 1.

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = 1.8 \cdot 10^6$$

Dal diagramma di fig. 1 si legge $C_D = 0.2$.

b) densità dell'aria a 3000 m dove pressione

$$p = p_0 e^{-0.127h} = 69223 \text{ Pa}$$

e a 15 °C

$$\rho = 0.834 \text{ kg/m}^3$$

viscosità dinamica $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}^2$; viscosità cinematica

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 2.16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \implies F_D \simeq 70 \text{ N}$$

Tentativo 1b

$$C_D = 0.3 \implies F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \implies V = \sqrt{\frac{2F_D}{C_D \rho A}} = 163 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = 1.5 \cdot 10^6$$

Dal diagramma di fig. 1 si legge $C_D = 0.2$.

c) densità dell'acqua a 25 °C e pressione 100 kPa : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

viscosità dinamica $\mu = 10^{-3} \text{ N s/m}^2$; viscosità cinematica

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \implies F_D = P - F_G \simeq 29 \text{ N}$$

Tentativo 1c

$$C_D = 0.3 \implies F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \implies V = \sqrt{\frac{2F_D}{C_D \rho A}} = 3 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = 600000$$

Dal diagramma di fig. 1 si legge $C_D = 0.2$.

d) densità dell'acqua a 5 °C e pressione 100 kPa : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

viscosità dinamica $\mu = 10^{-3} \text{ N s / m}^2$; viscosità cinematica

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s} \implies F_D = P - F_G \simeq 29 \text{ N}$$

Tentativo 1d

$$C_D = 0.4 \implies F_D = C_D \rho \frac{V^2}{2} A \implies V = \sqrt{\frac{2F_D}{C_D \rho A}} = 2 \text{ m / s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = 200000$$

Dal diagramma di fig. 1 si legge $C_D = 0.4$.