Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

Riprendiamo dalla lezione precedente

1 Calcolo del fattore di utilizzazione termica

Ricordiamo che

$$f = \frac{\text{totale di neutroni termici assorbiti nel combustibile}}{\text{totale di neutroni termici assorbiti nel combustibile+moderatore+altre sostanze}} \tag{1}$$

Segue

$$f = \frac{\Sigma_{Uranio}}{\Sigma_{Uranio} + \Sigma_{\text{a-moderatore}} + \Sigma_{a-parassiti}} \tag{2}$$

è ovvio che si farà il possibile per ridurre a valori trascurabili l'assorbimento di sostanze parassite. Quindi sarà:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\Sigma_{Uranio}}{\Sigma_{Uranio} + \Sigma_{\text{a-moderatore}}} = \frac{N_{uranio} \cdot \sigma_t}{N_{uranio} \cdot \sigma_t + N_{\text{a-moderatore}} \cdot \sigma_{\text{a-moderatore}}} \\ &= \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \frac{1}{m}\sigma_{\text{a-moderatore}}} \end{aligned} \tag{3}$$

2 Calcolo della probabilità di fuga alla risonanza

Metodo 1

In generale può essere assunto che nel sistema moderatore-combustibile la Σ_a del moderatore sia trascurabile rispetto a quella del combustibile, e dunque la probabilità di dispersione è

$$\frac{\Sigma_s(u)}{\Sigma_s(u) + \Sigma_a(u)}, \tag{4}$$

dove $\Sigma_s(u)$ è la sezione d'urto macroscopica del moderatore, $\Sigma_a(u)$ la sezione d'urto del moderatore, e u la letargia. Il range di energia è:

$$E_0 = 2\,\text{MeV} < E < E_{th} = 0.025\,\text{eV}$$

Il range di letargia è

$$u_0 = 0 < u < u_{th} = 18.2$$

Dividiamo il range di letargia in intervalli Δu. Il numero di collisioni in un intervallo unitario di letargia è

$$\frac{18.2}{\xi \cdot |u_0 - u_{th}|} = \frac{1}{\xi} \tag{5}$$

essendo $u_{th} - u_0 = 18.2$ e il numero di collisioni in Δu è $\Delta u/\xi$. Supposta costante la probabilità di dispersione in Δu, la probabilità che un neutrone passi da u a $u + du$ senza essere assorbito, ossia continuamente disperso, è la probabilità composta

$$\left[\frac{\Sigma_s(u)}{\Sigma_s(u) + \Sigma_a(u)}\right]^{\frac{\Delta u}{\xi}}, \tag{6}$$

avendo sottinteso l'ipotesi che ogni collisione di dispersione sia indipendente dalle altre. Si può anche scrivere

$$\left[1-\frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_s(u)+\Sigma_a(u)}\right]^{\frac{\Delta u}{\xi}} \tag{7}$$

Ricordando lo sviluppo in serie $e^{-x}=1-x+...$

$$1-\frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_s(u)+\Sigma_a(u)}\simeq\exp\left(-\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\right)\Longrightarrow\left[\exp\left(-\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\right)\right]^{\frac{\Delta u}{\xi}}\simeq\exp\left(-\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\cdot\frac{\Delta u}{\xi}\right) \tag{8}$$

La probabilità totale in tutto l'intervallo $(0,...18.2)$ è

$$\prod_{i=1}^{n}\exp\left(-\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\cdot\frac{\Delta u_i}{\xi}\right)=\exp\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\cdot\frac{\Delta u_i}{\xi}\right) \tag{9}$$

e passando dalla sommatoria all'integrale

$$\exp\left(-\frac{1}{\xi}\int_0^{18.2}\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}du\right) \tag{10}$$

Ricordando che $E=E_0e^{-u}$ si ha

$$p=\exp\left(-\frac{1}{\xi}\int_E^{E_0}\frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E')+\Sigma_a(E')}\frac{dE'}{E'}\right) \tag{11}$$

Riscriviamo l'integrando:

$$\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s+\Sigma_a}\cdot\frac{\Sigma_s}{\Sigma_s}=\frac{\Sigma_a}{\Sigma_s}\cdot\frac{\Sigma_s}{\Sigma_s+\Sigma_a}=\frac{N_{238}\sigma_{a_{238}}}{\Sigma_s}\cdot\frac{\Sigma_s}{\Sigma_s+\Sigma_a} \tag{12}$$

Sostituendo in p si ha:

$$p=\exp\left(-\frac{1}{\xi}\frac{N_{238}}{\Sigma_s}\int_{E_{th}}^{E_0}\frac{\sigma_{a_{238}}}{1+\frac{N_{238}\sigma_{a_{238}}}{\Sigma_s}}\frac{dE'}{E'}\right) \tag{13}$$

Nella regione $E\sim 7\,\mathrm{eV}$ il U^{238} presenta il picco più alto di sezione d'urto di assorbimento: 4000 barns, chiamato picco di risonanza. Ciò significa che la Σ_s è indipendente dall'energia, essendo la densità di collisione $N(x)$ costante dopo 3...4 valori di x dal valore iniziale corrispondente a $2\,\mathrm{eV}$.

Dunque in corrispondenza a $7\,\mathrm{eV}$ la $N(x)$ è costante; pertanto risulta risulta indipendente dall'energia la $F(E)$ e di conseguenza anche la probabilità di dispersione $h(E)$. Posto

$$S=\frac{\Sigma_s}{N_{238}},$$

possiamo scrivere:

$$p=\exp\left(-\frac{1}{\xi S}\int_{E_{th}}^{E_0}(\sigma_{a_{238}})_{eff}\frac{dE'}{E'}\right) \tag{14}$$

dove

$$\int_{E_{th}}^{E_0}(\sigma_{a_{238}})_{eff}\frac{dE'}{E'}\stackrel{def}{=}\mathcal{I}(S) \tag{15}$$

è l'**integrale effettivo di risonanza**. Segue

$$p = \exp\left(-\frac{\mathcal{I}(S)}{\xi S}\right), \tag{16}$$

e risulta

$$\mathcal{I}(S) = 3.9S^{0.415} \tag{17}$$