Esercizio n. 112

http://www.extrabyte.info

Provare che il diagramma cartesiano della funzione

$$f(x) = |\ln x|,$$

ha un punto angoloso in $P_0(1,0)$.

***

Soluzione

Esplicitiamo l'espressione analitica di $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x, & \text{se } x \in [1,+\infty) \\ -\ln x, & \text{se } x \in (0,1) \end{cases}$$

Quindi la derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{se } x \in [1,+\infty) \\ -\frac{1}{x}, & \text{se } x \in (0,1) \end{cases}$$

Il punto $x_0 = 1$ è una discontinuità di prima specie per $f'(x)$. Infatti:

$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} f'(x) = +1$$
$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} f'(x) = -1,$$

per cui il punto $P_0(1,0)$ è un punto angoloso. Scriviamo le equazioni delle tangenti a destra e a sinistra:

$$t_-) \quad y = x - 1$$
$$t_+) \quad y = -x + 1$$

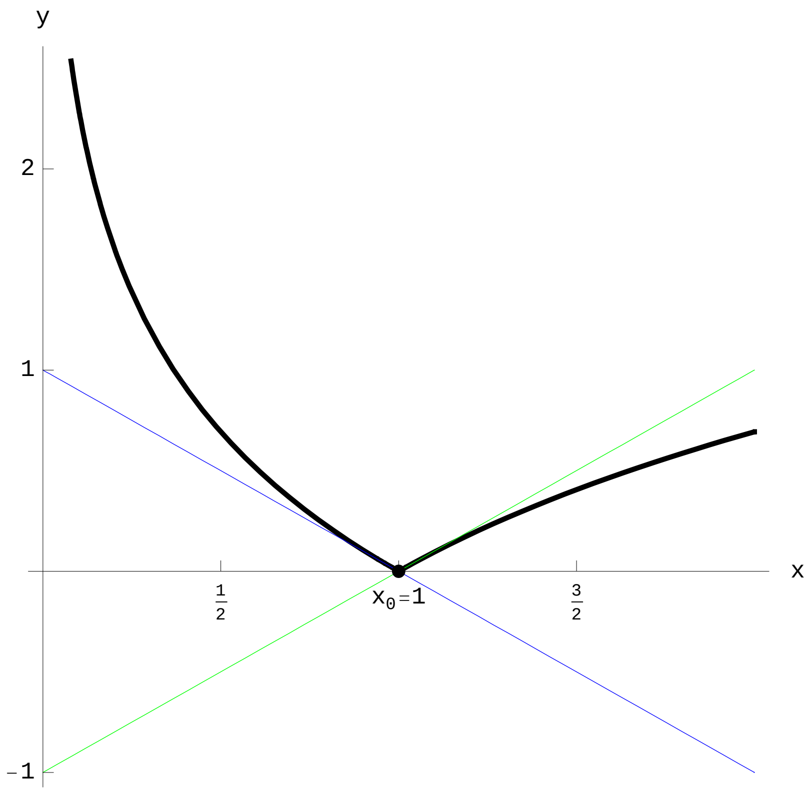

Figure 1: Diagramma cartesiano di $f(x) = |\ln x|$