

Esercizio di Fisica 1

Marcello Colozzo

Esercizio 1 Si determini il periodo di un pendolo semplice (nel limite delle piccole oscillazioni) sospeso al soffitto di un ascensore, nei seguenti casi:

1. ascensore che sale o scende con velocità costante;
2. ascensore che sale con accelerazione costante;
3. ascensore che scende con accelerazione costante;
4. ascensore in caduta libera.

Soluzione

Nel caso 1 un qualunque sistema di riferimento solidale all'ascensore è inerziale, per cui un osservatore nell'ascensore perviene agli stessi risultati di un osservatore a terra. Pertanto il periodo delle (piccole oscillazioni) è

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

essendo l la lunghezza del filo. Nel caso 2, il diagramma delle forze è illustrato in fig.1, in cui vediamo che compare la forza d'inerzia:

$$\mathbf{F}_i = -m\mathbf{a}_T \quad (2)$$

che ci consente di applicare il secondo principio della dinamica a bordo dell'ascensore:

$$\mathbf{P} + \mathbf{F}_i + \mathbf{T} = m\mathbf{a} \iff m(\mathbf{g} - \mathbf{a}_T) + \mathbf{T} = m\mathbf{a}$$

ovvero

$$\mathbf{T} + m\mathbf{g}' = m\mathbf{a} \quad (3)$$

avendo posto

$$\mathbf{g}' = \mathbf{g} - \mathbf{a}_T \quad (4)$$

La (3) è la stessa equazione differenziale del moto del pendolo semplice sospeso in punto in quiete rispetto alla Terra. Al posto dell'accelerazione di gravità \mathbf{g} compare l'accelerazione \mathbf{g}' data dalla (4). Quindi procedendo come nel caso del **pendolo semplice**, si ottiene il periodo

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_T}} < T, \quad (5)$$

perché essendo l'ascensore in salita e orientando un asse y verso il basso, si ha

$$g' = g + a_T$$

Ne segue che se l'ascensore sale con accelerazione a_T , il periodo diminuisce secondo l'equazione (5). Nel caso 3, la forza d'inerzia è orientata verso l'alto per cui

$$g' = g - a_T$$

Quindi il periodo è

$$T'' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_T}} > T, \quad (6)$$

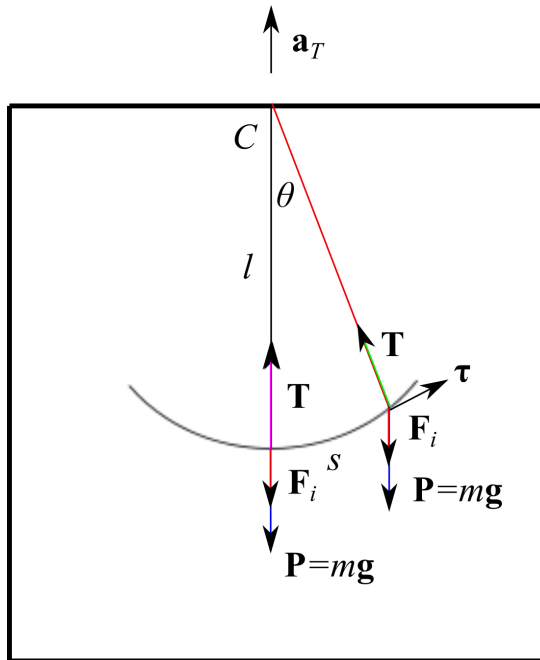


Figura 1: Esercizio 1.

Nel caso 4

$$T'' = 2\pi \lim_{a_T \rightarrow g^-} \sqrt{\frac{l}{g - a_T}} = +\infty$$

Tale risultato non deve sorprendere, poichè se l'ascensore è in caduta libera, il pendolo non pesa (rispetto all'ascensore) per cui non oscilla (matematicamente, il periodo è infinito).