Omomorfismi ed endomorfismi

Marcello Colozzo - http://www.extrabyte.info

Fondamentalmente, un omomorfismo è una funzione vettoriale lineare. Riferiamoci, in particolare, agli endomorfismi. Ad esempio:

```
In[1]:= A[{x_, y_, z_}] := {x + 2 y - z, y + z, x + y - 2 z}
```

Qui abbiamo inserito il blocco di variabili indipendenti in una lista che *Mathematica* interpreta alla stregua di un vettore. Definiamo ora gli elementi della base canonica di R^3:

```
In[2]:= e1 = {1, 0, 0}; e2 = {0, 1, 0}; e3 = {0, 0, 1};
```

Quindi determiniamo i trasformati di tali vettori attraverso A

```
In[3]:= A[e1]

Out[3]= {1, 0, 1}

In[4]:= A[e2]

Out[4]= {2, 1, 1}

In[5]:= A[e3]

Out[5]= {-1, 1, -2}
```

Per definizione di matrice rappresentativa di un endomorfismo, deve essere:

```
In[6]:= A1 = {A[e1], A[e2], A[e3]} // Transpose

Out[6]= {{1, 2, -1}, {0, 1, 1}, {1, 1, -2}}
```

Per una migliore visualizzazione:

```
In[7]:= % // MatrixForm
```

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Il rango dell'applicazione A è il rango della matrice rappresentativa, per cui:

```
In[8]:= A1 // MatrixRank

Out[8]= 2
```

Determiniamo, infine, una base del kernel che, come è noto, è lo spazio soluzione del sistema omogeneo $AX = 0$:

```
In[9]:= A1 // NullSpace

Out[9]= {{3, -1, 1}}
```