

Esercizio n. 11

<http://www.extrabyte.info>

Sia R_{\max} la massima gittata di un cannone. Dimostrare che in tal caso la massima altezza raggiunta è $\frac{1}{4}R_{\max}$ e che il tempo di volo è $\sqrt{\frac{2R_{\max}}{g}}$

Dall'esercizio 8 sappiamo che la gittata massima vale:

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g},$$

valore ottenuto per $\theta = \frac{\pi}{4}$ in $R(\theta) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$.

La massima quota raggiunta per un assegnato angolo di lancio è:

$$h(\theta) = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta$$

Quindi:

$$h\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{1}{4}R_{\max}$$

Il tempo totale di volo è lo zero non banale della funzione:

$$y(t) = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2$$

Cioè:

$$t_f = \frac{2v_0}{g} \sin \theta$$

Siamo interessati al caso $\theta = \frac{\pi}{4}$, donde:

$$t_f = \sqrt{2} \frac{v_0}{g} = \sqrt{\frac{2R_{\max}}{g}}$$