Il concetto di onda di probabilità. La mitragliatrice di Born

Marcello Colozzo – http://www.extrabyte.info

Consideriamo una particella di massa m che si muove in una regione sede di un campo di forze posizionali di energia potenziale $V(\mathbf{x})$. L'energia meccanica della particella si scrive:

$$E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{x}) \tag{1}$$

Per l'ipotesi di De Broglie possiamo associare a tale particella l'onda piana monocromatica:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - Et)} \tag{2}$$

soluzione dell'equazione di Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(\mathbf{x})\,\psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{3}$$

Nel paragrafo **??** abbiamo visto che Scrödinger interpretò $|\psi(\mathbf{x}, t)|^2$ alla stregua di una grandezza proporzionale alla densità di carica elettrica associata alla particella. Ad esempio nel caso dell'atomo di idrogeno, l'elettrone risulterebbe "distribuito" nell'atomo proprio come un'onda. Ciò è in accordo con l'ipotesi di De Broglie secondo la quale il moto dell'elettrone equivale alla propagazione di un'onda. Nella concezione di Schrödinger – De Broglie, l'onda è l'ente fisico fondamentale, mentre l'aspetto corpuscolare è un epifenomeno. Si parla, dunque, di *onde materiali*. Abbiamo poi visto che nel 1926 Born congetturò $|\psi(\mathbf{x}, t)|^2$ =densità di probabilità di trovare l'elettrone in un dato punto dello spazio e in un assegnato istante di tempo. Per giustificare tale congettura Born paragonò l'onda di di materia all'onda d'urto generata dall'esplosione di una bomba [1]. In un piano orizzontale contenente il punto di esplosione, fissiamo un sistema di riferimento polare (r, θ) con polo nel predetto punto. In presenza di una distribuzione isotropa dell'energia generata dall'esplosione, si ha che la funzione che descrive la propagazione dell'onda d'urto è $\psi(r, t)$, cioè indipendente dall'angolo θ in virtù dell'isotropia. Inoltre, $\psi(r, t)$ decresce all'aumentare di r. Più precisamente:

$$\exists r_0 > 0 \mid \psi(r_0, t) \simeq 0 \tag{4}$$

In altri termini, se ci posizioniamo a distanza $r \geq r_0$ restiamo illesi. Chiamiamo r_0 *distanza di sicurezza*. Born suggerisce di prendere la stessa quantità Q di polvere da sparo costituente la bomba, per fabbricare $N \gg 1$ proiettili che verranno sparati da una *mitragliatrice isotropa*, ovvero una mitragliatrice che attraverso un meccanismo rotante, spara proiettili distribuendoli per 360° in un assegnato piano orizzontale. La rotazione genera, inoltre, una distribuzione statistica pari all'ìntensità dell'onda d'urto prodotta dalla bomba. Cioè la percentuale di proiettili che giunge a r all'istante t è:

$$n(r, t) = \psi(r, t), \quad \forall r, t \tag{5}$$

da ciò segue che alla distanza di sicurezza:

$$n(r_0, t) \simeq 0 \tag{6}$$

Abbiamo, dunque, una probabilità "quasi" nulla che un proiettile ci colpisca. A differenza dell'esplosione della bomba in cui è l'energia che si propaga per onde, nel caso della mitragliatrice l'ente che si propaga non è più l'energia ma la probabilità. Una probabilità di trovare la materia "condensata" in un proiettile.

Riferimenti bibliografici

[1] Coppola F., *Ipotesi sulla realtà.* Lalli, 1991.