
Forme indeterminate

Marcello Colozzo – <http://www.extrabyte.info>

Esercizio 1 *Dimostrare*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \log_a (1 + x^n)}{x^{n+1}} = \frac{1}{\ln a}, \quad \forall n \in \mathbb{N} - \{0\} \quad (1)$$

Soluzione

Risulta:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \log_a (1 + x^n)}{x^{n+1}} = \frac{0}{0} \quad (2)$$

Quindi scriviamo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \log_a (1 + x^n)}{x^{n+1}} = \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a (1 + x^n)}{x^n} \right) \quad (3)$$

Il primo limite è 1, mentre il secondo si calcola con il cambio di variabile $t = x^n$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a (1 + x^n)}{x^n} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\log_a (1 + t)}{t} = \log_a e = \frac{1}{\ln a}, \quad (4)$$

giacché è un **limite notevole**.