

Integrale definito

Matematica Open Source - <http://www.extrabyte.info>

Nell'ebook http://www.extrabyte.info/teoria_misura_peano_jordan.pdf abbiamo dimostrato l'esistenza e l'unicità del limite

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \sigma_{\mathcal{D}},$$

dove $\sigma_{\mathcal{D}}$ è una somma di Riemann relativa a una assegnata funzione f continua in un intervallo chiuso e limitato $[a,b]$.

Abbiamo, quindi, definito:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\delta \rightarrow 0} \sigma_{\mathcal{D}}$$

La dimostrazione dell'esistenza-unicità del limite delle somme di Riemann, si basa sulla possibilità di scomporre la funzione f nella somma di una componente non negativa f^+ e di una componente non positiva f^- :

$$f(x) = f^+(x) + f^-(x),$$

$$\text{dove } f^+(x) = \frac{f(x)+|f(x)|}{2}, \quad f^-(x) = \frac{f(x)-|f(x)|}{2}$$

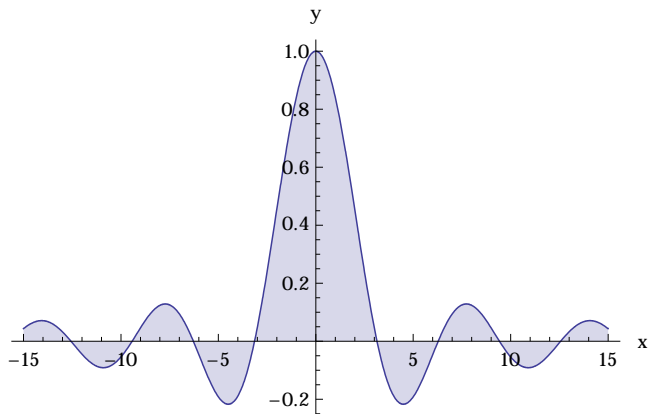
Utilizzando la nozione di *pattern* possiamo costruire funzioni che agiscono su funzioni e, quindi, scrivere un programma che fornisce i grafici di f^+ e f^- , nonché i rettangoloidi T_+ , T_- relativi a tali componenti.

```
(*opzioni per i grafici di funzione*)
SetOptions[
  Plot,
  BaseStyle -> {FontFamily -> "Georgia", FontSize -> 9}
];

rettangoloide[f_, a_, b_] := Plot[
  f[x], {x, a, b},
  PlotRange -> All,
  PlotStyle -> Thickness[0.0025],
  AxesLabel -> {"x", "y"},
  Filling -> Axis
]

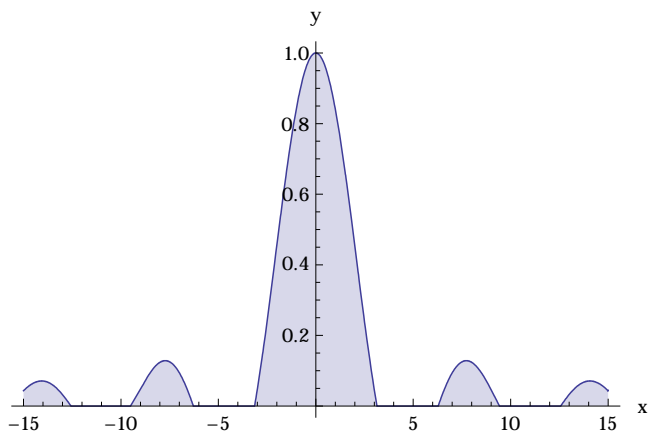
funzione[x_] :=  $\frac{\text{Sin}[x]}{x}$ 
```

```
rettangoloide[funzione, -15, 15]
```



```
partepositiva[f_, a_, b_] := Plot[
  1/2 (f[x] + Abs[f[x]]), {x, a, b},
  PlotRange -> All,
  Filling -> Axis,
  AxesLabel -> {"x", "y"},
  PlotStyle -> Thickness[0.0025]
]
```

```
partepositiva[funzione, -15, 15]
```



```
partenegativa[f_, a_, b_] := Plot[
  1/2 (f[x] - Abs[f[x]]), {x, a, b},
  PlotRange -> All,
  AxesLabel -> {"x", "y"},
  Filling -> Axis,
  PlotStyle -> Thickness[0.0025]
]
```

```
partenegativa[funzione, -15, 15]
```

