

---

# Calcolo di limiti. Forme indeterminate

Marcello Colozzo – <http://www.extrabyte.info>

**Esercizio 1** *Calcolare*

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^3}{\arccos x} \quad (1)$$

## Soluzione

Questo rapporto si presenta nella forma indeterminata  $\frac{0}{0}$ , che può essere rimossa riducendo in fattori il numeratore, per poi eseguire un opportuno cambio di variabile. Precisamente:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(1-x)(1+x+x^2)}{\arccos x} \\ &= \left( \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x}{\arccos x} \right) \cdot \underbrace{\left[ \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x+x^2) \right]}_{=3} \end{aligned} \quad (2)$$

Calcoliamo il primo limite:

$$\lambda' = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x}{\arccos x} = \frac{0}{0} \quad (3)$$

Cambio di variabile

$$t = \arccos x \xrightarrow{x \rightarrow 1^-} 0^+ \quad (4)$$

Segue

$$\lambda' = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos t}{t} = 0, \quad (5)$$

in quanto si tratta di un **limite fondamentale**. Ne concludiamo

$$\lambda = 0 \cdot 3 = 0 \quad (6)$$

In fig. 1 riportiamo il grafico della funzione assegnata.

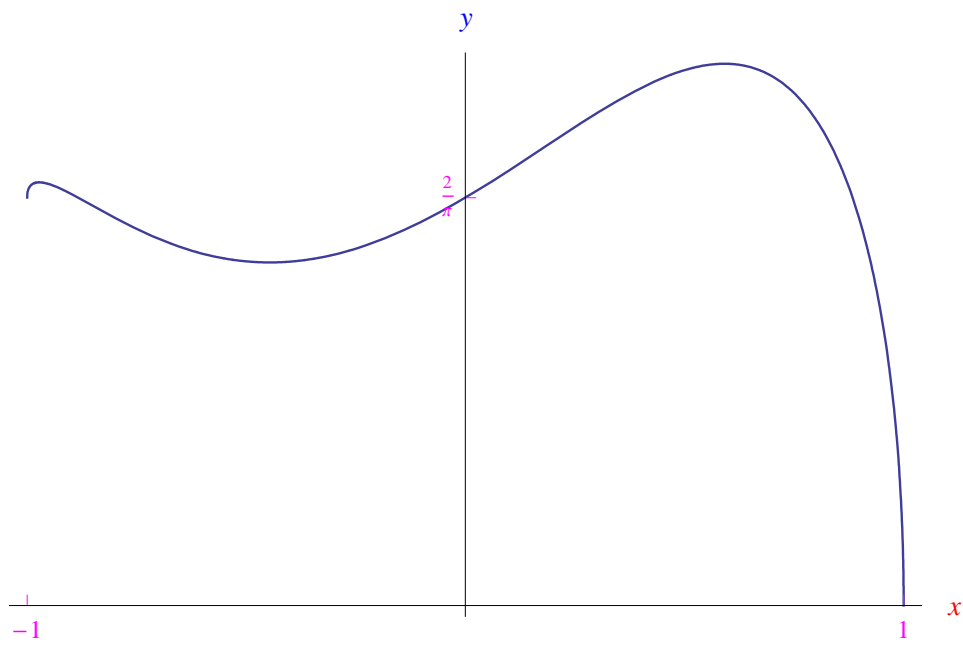


Figura 1: Grafico della funzione  $f(x) = \frac{1-x^3}{\arccos x}$ .