
Calcolo di limiti. Forme indeterminate

Marcello Colozzo – <http://www.extrabyte.info>

Esercizio 1 *Calcolare*

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} - 4}{\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} - 3} \quad (1)$$

Soluzione

Il rapporto si presenta nella forma indeterminata $\frac{0}{0}$, che viene rimossa razionalizzando:

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} - 4}{\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} - 3} \\ &= \frac{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} - 4}{\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} - 3} \cdot \frac{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} + 4}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} + 4} \cdot \frac{\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} + 3}{\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} + 3} \\ &= \frac{(3x^3 - 2x^2 + 16 - 16)(\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} + 3)}{(5x^3 + x^2 + 9 - 9)(\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} + 4)} \\ &= \frac{(3x + 2)(\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} + 3)}{(5x + 1)(\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} + 4)} \end{aligned} \quad (2)$$

Pertanto

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x + 2)(\sqrt{5x^3 + x^2 + 9} + 3)}{(5x + 1)(\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 16} + 4)} = \frac{2(3 + 3)}{4 + 4} = \frac{3}{2} \quad (3)$$