Appunti su "***Trasmissione di calore per convezione forzata".***

Chiamiamo σ_p la superficie di un corpo solido immerso in un fluido, che, ad una certa distanza dal corpo, ha temperatura uniforme t_1 e velocità uniforme W. Nella teoria è opportuno pensare che t_1 e W siano all'infinito. Chiamiamo t_p la temperatura alla parete del corpo solido. Le equazioni di Navier e di continuità – con la condizione che la velocità del fluido sia nulla alla parete del solido e che all'infinito sia $u_z=u_y=0$ e $u_x=W$, determinano la distribuzione di velocità, una volta fissati i valori:

$D,\ W,\ \rho,\ \eta$ e la funzione f $\left(\frac{x}{D},\frac{y}{D},\frac{z}{D}\right)=0$ mediante la quale si descrive la σ_p.

Noti i valori di $\alpha^2,\ t_p,\ t_1$ si potrà esaminare l'equazione:

(1) $\Phi = F\left(D,\ W,\ \rho,\ \eta,\ \alpha^2,\ t_p - t_1\right)$ dimensionalmente omogenea, la cui determinazione dipende dalla f $\left(\frac{x}{D},\frac{y}{D},\frac{z}{D}\right)=0$. Ciò significa che la F sarà identica per corpi geometricamente simili e similmente orientati come la W. Ricordiamo il significato di Φ: $\Phi = -\int_S \frac{dt}{dn} dS \quad \Rightarrow \quad Q = f\ S\ \left(t_p - t_1\right) \quad \Rightarrow \quad \Phi = Q/k$

Nella (1) compaiono 6 variabili; d'altra parte le unità fondamentali sono 4: le 3 unità fondamentali (m, kg, s) delle grandezze meccaniche e l'unità di temperatura. Possiamo quindi prevedere che, sfruttando la condizione di omogeneità dimensionale, le variabili si ridurranno a 2. Possiamo semplificare il gruppo di variabili eliminando la viscosità dinamica η e introducendo il rapporto adimensionale α^2/υ; si avrà così:

(2) $\Phi = F\left(D,\ W,\ \rho,\ \alpha^2,\ \frac{\alpha^2}{\upsilon},\ t_p - t_1\right)$ Se non diversamente specificato, supporremo $t_p - t_1 > 0$. Posto:

(3) $H = D^a\ W^b\ \rho^c\ \left(\alpha^2\right)^d \left(\frac{\alpha^2}{\upsilon}\right)^e \left(t_p - t_1\right)^f$ Ricordiamo le dimensioni $\left[\Phi = \frac{J}{s}\frac{m\ \text{s}\ °\text{C}}{J} = m°C = L\Theta\right]$ dove con Θ si è indicato la dimensione della temperatura. Dovendo essere $[\Phi]=[H]$ scriveremo:

$$(4) \quad L\Theta = (L)^a \left(LT^{-1}\right)^b \left(ML^{-3}\right)^c \left(L^2T^{-1}\right)^d (\Theta)^f \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Theta & 1 = f \\ M & 0 = c \\ L & 1 = a + b - 3c + 2d \\ T & 0 = -b - d \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = 1 + b \\ c = 0 \\ d = -b \\ f = 1 \end{cases}$$

sostituendo nella (3) si ottiene:

$$(5) \quad H = D\ D^b\ W^b\ \rho^0\ \left(\alpha^2\right)^{-b} \left(\frac{\alpha^2}{\upsilon}\right)^e \left(t_p - t_1\right)^1 \quad \Rightarrow \quad H = D\left(t_p - t_1\right)\left(\frac{DW}{\alpha^2}\right)^b \left(\frac{\alpha^2}{\upsilon}\right)^e \quad \text{Quindi:}$$

(6) $\Phi = D\left(t_p - t_1\right)\Psi\left(\frac{DW}{\alpha^2},\ \frac{\alpha^2}{\upsilon}\right)$ dove Ψ è funzione identica per corpi geometricamente simili e similmente orientati rispetto a W. Ricordiamo che $\Phi = Q/k = \frac{f\ S\left(t_p - t_1\right)}{k}$ e per corpi geometricamente simili si può porre S proporzionale a D^2: $S = \varepsilon D^2$. Scriveremo allora:

$$(7) \quad \frac{f\varepsilon D^2\ \left(t_p - t_1\right)}{k} = D\left(t_p - t_1\right)\Psi\left(\frac{DW}{\alpha^2},\ \frac{\alpha^2}{\upsilon}\right) \quad \Rightarrow \quad f = \frac{k}{\varepsilon D}\Psi\left(\frac{DW}{\alpha^2},\ \frac{\alpha^2}{\upsilon}\right) \quad \Rightarrow \quad f = \frac{k}{D}F\left(\frac{DW}{\alpha^2},\ \frac{\alpha^2}{\upsilon}\right)$$

(8) nemero di Péclet: $Pe = \frac{DW}{\alpha^2}$ numero di Prandtl: $\Pr = \frac{\alpha^2}{\upsilon}$