Esercizi di Fisica 1

Marcello Colozzo – http://www.extrabyte.info

Esercizio 1 *(Testo tratto dagli esercizi proposti dell'Halliday-Resnick. La soluzione è nostra)*

Richard, di massa 78.4 kg *e Judy, più leggera dell'amico, navigano sul lago George su una canoa di* 31.6 kg. *Con la canoa a riposo, i due ragazzi si scambiano i rispettivi posti, simmetrici rispetto al centro di massa della canoa e a distanza* 2.93 m *l'uno dall'altro. Richard osserva che rispetto al fondo del lago la canoa si è spostata di* 41.2 cm *e con questo dato riesce a calcolare la massa di Judy. Come ha fatto?*

Soluzione

Il sistema costituito da Richard+Judy+canoa non è soggetto a forze esterne in quanto lo scambio dei posti è dovuto a forze interne. Ne segue che il centro di massa del sistema è in quiete (lo scambio avviene a canoa ferma). Facciamo riferimento alla fig. 1 dove abbiamo istituito un asse x distinguendo le configurazioni iniziale e finale.

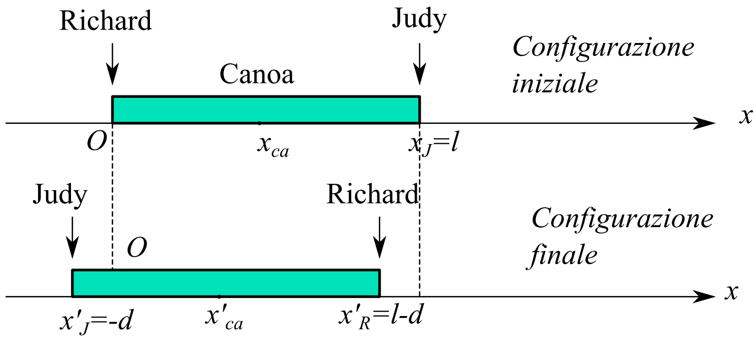

Figura 1: Esercizio 1.

Introduciamo i seguenti simboli:

$$
\begin{aligned}
m_R &= 78.4\,\text{kg}, \quad m_J = \text{massa di Judy (incognita)} \quad m_{ca} = 31.6\,\text{kg} \\
l &= 2.93\,\text{m}, \quad d = 0.412\,\text{cm} \\
x_R &= 0 \text{ ascissa di Richard (config. iniziale)} \\
x_J &= l \text{ ascissa di Judy (config. iniziale)}
\end{aligned}
$$

Schematizziamo Richard e Judy attraverso due punti materiali. La canoa può essere a sua volta schematizzata da un punto materiale collocato nel punto medio del segmento di estremi i bordi della canoa:

$$x_{ca} = \frac{1}{2}(x_J + x_R) = \frac{l}{2} \tag{1}$$

In tal modo l'ascissa del centro di massa è

$$x_c = \frac{1}{m}(m_R \cdot 0 + m_{ca}x_{ca} + m_J x_J), \quad m = m_R + m_{ca} + m_J \tag{2}$$

Tenendo conto della (1):

$$x_c = \frac{l}{2m}(m_{ca} + 2m_J) \tag{3}$$

Nella configurazione finale (fig. 1) si ha

$$x'_J = -d, \; x'_R = l - d, \; x'_{ca} = \frac{1}{2}(x'_J + x'_R) = \frac{l}{2} - d \tag{4}$$

Quindi l'ascissa del centro di massa

$$x_c = \frac{1}{m}\left[m_J x'_J + m_R x'_R + m_{ca} x'_{ca}\right] = \frac{1}{m}\left[-m_J d + m_R\left(l-d\right) + m_{ca}\left(\frac{l}{2}-d\right)\right] \tag{5}$$

Confrontando la (5) con la (3) e risolvendo rispetto a m_J

$$m_J = \frac{m_R l - \left(m_R + m_{ca}\right) d}{l+d} \Longrightarrow m_J = 55.2\,\mathrm{kg} \tag{6}$$

Osservazione 2 *Nel caso generale, cioè non tenendo conto dei dati numerici, dalla (6) vediamo che se $d=0$ è $m_J = m_R$ ovvero la permutazione dei posti non sposta la canoa se e solo se i due punti materiali hanno la stessa massa inerziale.*