Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Gruppo di neutroni ritardati

Esaminiamo come si specializzano i risultati raggiunti nei numeri precedenti per un gruppo di neutroni ritardati. Innanzitutto definiamo una costante di decadimento media del gruppo

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \beta_i}{\sum_{i=1}^{m} \beta_i} \tag{1}$$

La reattività si esprime come attraverso l'equazione quadratica in ω

$$\rho = \frac{l\omega}{K_{eff}} + \frac{\beta\omega}{\omega + \lambda} \tag{2}$$

Supponiamo che K_{ecc} e ρ siano piccoli tanto da poter scrivere $K_{eff} \simeq 1$. La (2) diventa

$$\rho = l\omega + \frac{\beta\omega}{\omega + \lambda} \Longleftrightarrow l\omega^2 + (\beta - \rho + l\lambda)\,\omega - \lambda\rho = 0 \tag{3}$$

da cui si ricavano

$$\omega = -\frac{(\beta - \rho + l\lambda)}{2l}\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4l\lambda\rho}{(\beta - \rho + l\lambda)^2}}\right] \tag{4}$$

Se $\beta - \rho + l\lambda \simeq |2l\lambda\rho|$ si hanno le due soluzioni

$$\omega_0 = \frac{\lambda\rho}{\beta - \rho + l\lambda} \qquad \omega_1 = -\frac{\beta - \rho + l\lambda}{l} \tag{5}$$

Per un reattore termico supponiamo $l = 10^{-3}\,\mathrm{s}$, $\lambda = 0.08\,\mathrm{s}^{-1}$, $\beta = 0.0075$, $\rho = 0.0025$. Allora:

$$\begin{cases} 2l\lambda\rho = 4 \cdot 10^{-7} \\ (\beta - \rho + l\lambda)^2 = 2.58 \cdot 10^{-5} \\ l\lambda = 8 \cdot 10^{-5} \\ \beta - \rho = 0.0050 \end{cases} \tag{6}$$

Possiamo allora approssimare scrivendo

$$\omega_0 = \frac{\lambda\rho}{\beta - \rho} \qquad \omega_1 = -\frac{\beta - \rho}{l} \quad \text{con } \beta > \rho > 0 \tag{7}$$

Allora si ha per il periodo del reattore:

$$T = \frac{1}{\omega_0} = \frac{\beta - \rho}{\lambda\rho} = 25\,\mathrm{s} \tag{8}$$

Ricordiamo che senza neutroni ritardati è $T = 0.4\,\mathrm{s}$. Le espressioni del flusso e delle concentrazioni sono:

$$\Phi = A_0 e^{\omega_0 t} + A_1 e^{\omega_1 t}, \quad C = B_0 e^{\omega_0 t} + B_1 e^{\omega_1 t}$$

Segue

$$\frac{dC}{dt} = \omega_0 B_0 e^{\omega_0 t} + \omega_1 B_1 e^{\omega_1 t} = -\lambda C + \frac{k}{p}\Sigma_a \Phi \beta \tag{9}$$

$$B_0 = \frac{k}{p}\frac{\beta \Sigma_a}{\omega_0 + \lambda} A_0, \quad B_1 = \frac{k}{p}\frac{\beta \Sigma_a}{\omega_1 + \lambda} A_1$$

Determiniamo A_0, A_1.

$$A_0 = \frac{\frac{\beta}{\lambda} + \frac{\beta l}{\beta - \rho}}{\frac{\beta - \rho}{\lambda} + \frac{\beta l}{\beta - \rho}} \simeq \frac{\beta}{\beta - \rho}\Phi_0, \quad A_1 = \frac{-\rho}{\beta - \rho}\Phi_0 \tag{10}$$

In definitiva possiamo scrivere

$$\Phi\left(\mathbf{r}, t\right) = \Phi\left(\mathbf{r}, t = 0\right)\left[\frac{\beta}{\beta - \rho}\exp\left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t\right) - \frac{\rho}{\beta - \rho}\exp\left(-\frac{\beta - \rho}{l} t\right)\right] \tag{11}$$

Con i valori sopra indicati otteniamo

$$\Phi = \Phi_0\left(1.5 e^{0.04 t} - 0.5 e^{-5t}\right) \Longrightarrow \left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{t=0} = A_0 \omega_0 + A_1 \omega_1 \tag{12}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{\Phi_0}\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\lambda \rho \beta}{\left(\beta - \rho\right)^2} + \frac{\rho}{l} = \frac{1}{T_0}$$

Con le approssimazioni del nostro caso avremo

$$\frac{\rho}{l} = \frac{1}{T_0} \Longrightarrow T_0 = \frac{l}{\rho} \simeq \frac{1}{K_{ecc}} \tag{13}$$