

Funzioni periodiche

Marcello Colozzo - <http://www.extrabyte.info>

Dichiarazione di funzioni periodiche

```
In[1]:= SetOptions[
  {
    Plot,
    ListLinePlot, ParametricPlot, ListPlot,
    ListLinePlot
  },
  AxesStyle -> Directive[
    Hue[5 / 6],
    8
  ],
  FrameStyle -> Directive[
    Hue[5 / 6],
    8
  ]
];
```

Se non ci sono molti intervalli di periodicità, si può procedere per traslazione del grafico. Ad esempio, consideriamo uno smorzamento esponenziale con costante di tempo τ : $y(t) = A e^{-t/\tau}$ assumendo che sia periodico con periodo assegnato T .

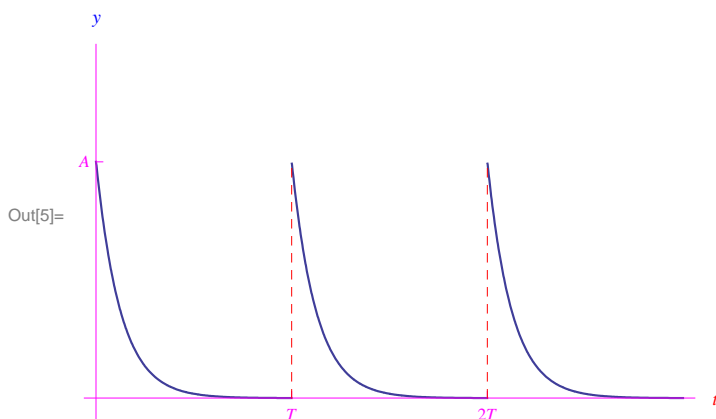
```
In[2]:= A = 10.;  $\tau$  = 1; T = 8;
```

```
In[3]:= Clear[y]
```

```
In[4]:= y[t_] := Which[
  t  $\geq$  0 && t  $\leq$  T, A * e-t/ $\tau$ ,
  t  $\geq$  T && t  $\leq$  2 T, A * e-(t-T)/ $\tau$ ,
  t  $\geq$  2 T && t  $\leq$  3 T, A * e-(t-2 T)/ $\tau$ 
];
```

2 | funzioni_periodiche00.nb

```
In[5]:= ploty = Plot[
  y[t],
  {t, 0, 3 T},
  Exclusions -> {t == T, t == 2 T},
  PlotStyle -> Thickness[0.0035],
  PlotRange -> {-1, 15},
  AxesLabel ->
  {
    Style["t", Small, Red, Italic],
    Style["y", Small, Blue, Italic]
  },
  Epilog -> {
    Dashed,
    Red,
    Line[{{T, 0}, {T, 10}}],
    Line[{{2 T, 0}, {2 T, 10}}]
  },
  Ticks ->
  {
    {
      {T, "T"}, {2 T, "2T"}
    },
    {
      {A, "A"}
    }
  }
]
```



```
In[6]:= Clear[y, ploty]
```

Per graficare in automatico, dobbiamo creare una lista di traslazioni, tramite l'istruzione **Table**. Siccome l'istruzione **Which** non ha l'attributo **Listable** (e non c'è verso di assegnarlo, probabilmente perché è un comando protetto), utilizziamo l'istruzione **Piecewise** che ignora un qualunque numero di parentesi annidate. Generiamo la lista:

```
In[7]:= lista[m_] := Table[
  {A * e-(t-n*T)/τ, t ≥ n * T && t ≤ (n + 1) * T},
  {n, 0, m}
]
```

Proviamo:

```
In[8]:= lista[4]
```

```
Out[8]= {{10. e-t, t ≥ 0 && t ≤ 8}, {10. e8-t, t ≥ 8 && t ≤ 16},
  {10. e16-t, t ≥ 16 && t ≤ 24}, {10. e24-t, t ≥ 24 && t ≤ 32}, {10. e32-t, t ≥ 32 && t ≤ 40}}
```

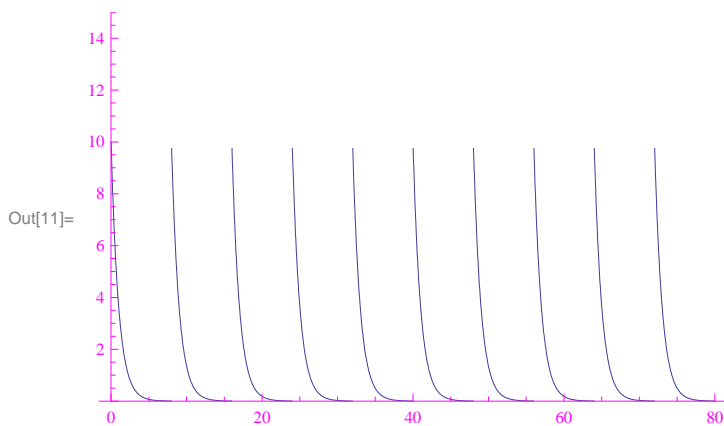
```
In[9]:= y[t_, m_] := Piecewise[lista[m]]
```

Proviamo:

```
In[10]:= y[t, 4]
```

```
Out[10]= { 10. e-t    t ≥ 0 && t ≤ 8
          10. e8-t   t ≥ 8 && t ≤ 16
          10. e16-t  t ≥ 16 && t ≤ 24
          10. e24-t  t ≥ 24 && t ≤ 32
          10. e32-t  t ≥ 32 && t ≤ 40
```

```
In[11]:= Plot[
  y[t, 10],
  {t, 0, 80},
  PlotRange → {0, 15}
]
```

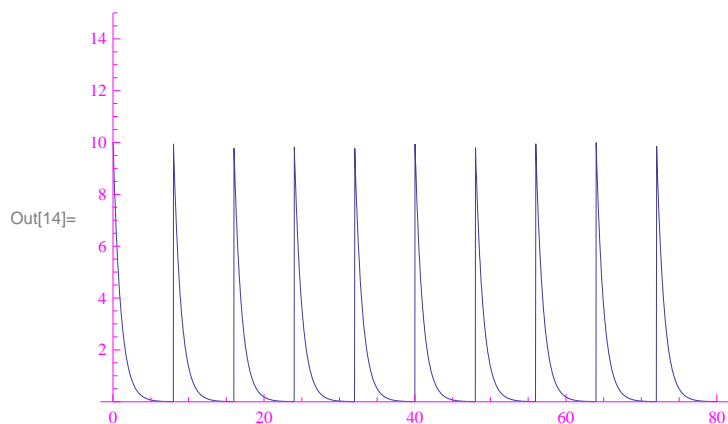


```
In[12]:= Clear[y, ploty]
```

Conviene usare un'unica istruzione

```
In[13]:= ploty[m_] := Plot[
  Piecewise[
    Table[
      {
        A * e-(t-n*T)/τ, t ≥ n * T && t ≤ (n + 1) * T
      },
      {n, 0, m}
    ]
  ],
  {t, 0, 80},
  PlotRange → {0, 15}
]
```

```
In[14]:= ploty[10]
```



Onda quadra troncata

```
In[15]:= Clear[y, ploty, lista, A, T]
```

Il tracciamento automatico di un'onda quadra (periodica) è più complicato perché la funzione da plottare ha due espressioni analitiche nello stesso intervallo di periodicità. Per fissare le idee, consideriamo $y(t) = A$, se $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$, e $y(t) = 0$, se $\frac{T}{2} < t \leq T$, dove A è l'ampiezza dell'onda e T il periodo.

```
In[16]:= lista[m_, A_, T_] := Flatten[
  Table[
    {
      {A, t >= n*T && t <= (2 n+1) *  $\frac{\mathbf{T}}{2}$ },
      {0, t >= (n+1) *  $\frac{\mathbf{T}}{2}$  && t <= (n+1) * T}
    },
    {n, 0, m}
  ],
  1]
```

Proviamo:

```
In[17]:= lista[2, 1, 2]
```

```
Out[17]= {{1, t >= 0 && t <= 1}, {0, t >= 1 && t <= 2}, {1, t >= 2 && t <= 3},
  {0, t >= 3 && t <= 4}, {1, t >= 4 && t <= 5}, {0, t >= 5 && t <= 6}}
```

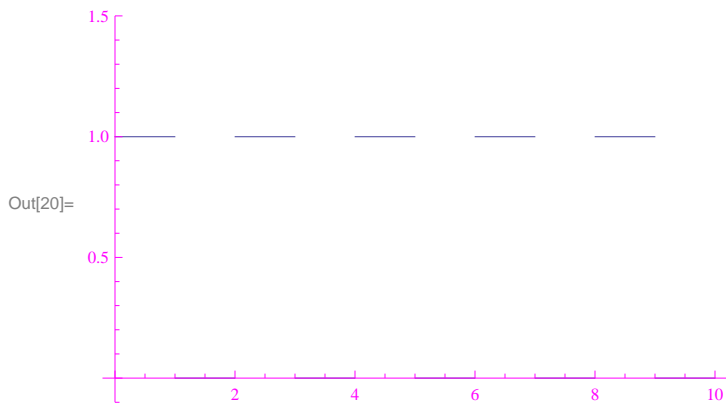
```
In[18]:= y[t_, m_, A_, T_] := Piecewise[lista[m, A, T]]
```

Proviamo

```
In[19]:= y[t, 4, 1, 2]
```

```
Out[19]= {
  1 t >= 0 && t <= 1
  0 t >= 1 && t <= 2
  1 t >= 2 && t <= 3
  0 t >= 3 && t <= 4
  1 t >= 4 && t <= 5
  0 t >= 5 && t <= 6
  1 t >= 6 && t <= 7
  0 t >= 7 && t <= 8
  1 t >= 8 && t <= 9
}
```

```
In[20]:= Plot[
  y[t, 10, 1, 2],
  {t, 0, 10},
  PlotRange -> {-0.1, 1.5}
]
```



```
In[21]:= Clear[y, ploty, A, T]
```

Inglobiamo in un'unica istruzione (considerando che m è il numero di intervalli di periodicità, per un assegnato periodo T):

```
In[22]:= ploty[A_, T_, m_] := Plot[
  Piecewise[
    Flatten[
      Table[
        {
          {A, t >= n * T && t <= (2 n + 1) * T / 2},
          {0, t >= (n + 1) * T / 2 && t <= (n + 1) * T}
        },
        {n, 0, m}
      ],
      1]
  ],
  {t, 0, m * T},
  PlotRange -> {-0.1, 1.5 * A},
  Ticks ->
  {
    None,
    {
      {A, "A"}
    }
  },
  AxesLabel ->
  {
    Style["t", Small, Red, Italic],
    Style["y", Small, Red, Italic]
  }
]
```

In[23]:= `Ploty [1, 8, 20]`

