La funzione lineare

Marcello Colozzo - http://www.extrabyte.info

Assegnati $a, b \in \mathbb{R}$, dicesi **funzione lineare** la funzione reale:

$$f(x) = ax + b \tag{1}$$

La funzione lineare è definita in $X = \mathbb{R}$. Per $b = 0$ si chiama funzione lineare omogenea. Per $a = 0$ è $f(x) = b$, cioè la funzione costante. Per $a = 1$, $b = 0$ è $f(x) = x$, cioè la funzione identica. Quindi, la funzione costante e la funzione identica sono casi particolari della funzione lineare.

È facile convincersi che per $a \neq 0$ la funzione lineare è strettamente monotona. Più precisamente, è strettamente crescente per $a > 0$ e strettamente decrescente per $a < 0$. La monotonia in senso stretto, implica l'invertibilità della funzione lineare. Per determinare l'inversa dobbiamo risolvere l'equaione algebrica nell'incognita x:

$$y = ax + b,$$

da cui segue l'unica soluzione:

$$x = \frac{1}{a}(y - b),$$

cosicchè la funzione inversa è:

$$f^{-1}(y) = \frac{1}{a}(y - b) \tag{2}$$

che è definita in $Y = \mathbb{R}$. Ciò implica che il codominio di f è $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$. Si noti che la funzione inversa è a sua volta lineare. Il grafico della funzione lineare è il luogo geometrico $y = ax + b$, ovvero una retta di coefficiente angolare a e ordinata all'origine b.