Appunti di Analisi 2

Marcello Colozzo http://www.extrabyte.info

Esercizio 1 *(Polinomio di Vamanamurthy)*

Mostrare che la funzione

$$f(x,y) = x^2(1+y)^3 + 7y^2 \tag{1}$$

è un controesempio del criterio di un solo punto critico.

Soluzione

Calcoliamo le derivate parziali del primo ordine

$$f_x(x,y) = 2x(1+y)^3, \quad f_y(x,y) = 14y + 3x^2(1+y)^2$$

Il sistema

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x(1+y)^3 = 0 \\ 14y + 3x^2(1+y)^2 = 0 \end{cases}$$

ammette l'unica soluzione $(0,0)$. Per studiare la natura di tale punto critico, applichiamo test dell'hessiano, eventualmente con Mathematica. Si trova facilmente (calcolando dapprima le derivate seconde):

$$H(0,0) > 0, \quad f_{xx}(0,0) > 0$$

per cui $(0,0)$ è punto di minimo relativo, ed è facile persuadersi che non è punto di minimo assoluto come confermato dal grafico della funzione illlustrato in fig. 1.

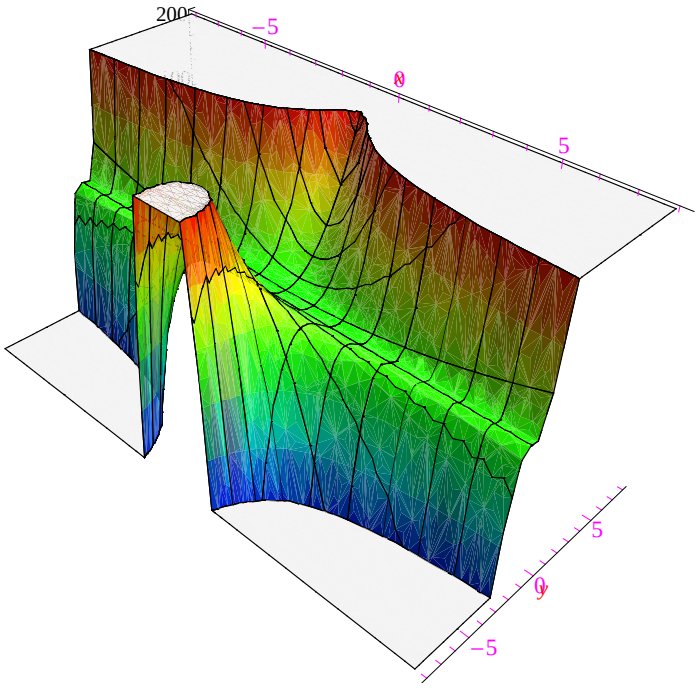


Figura 1: Grafico della funzione (1).