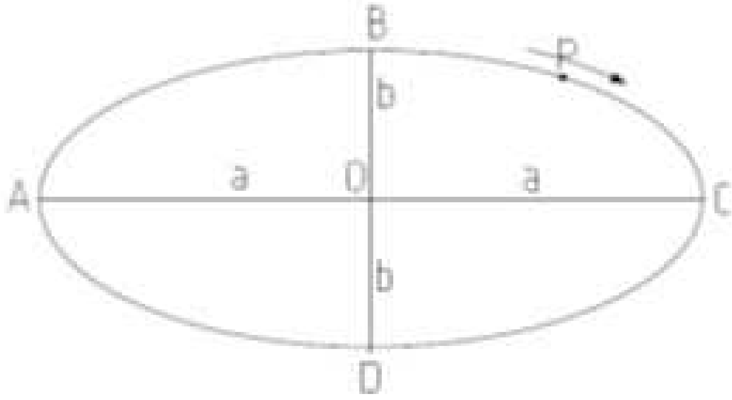
Università di Bologna - *Meccanica Razionale* – Esame 20 Ott. 1948



Data la figura di un tubo sottilissimo ellittico, un corpo di massa m localizzato in P parte da B e si muove verso C e D. Si determini:

(a) velocità e accelerazione in C e in D (attrito nullo)

(b) velocità angolare e areale in C e in D rispetto al centro O (attrito nullo)

(c) trattare le stesse questioni supponendo che il tubo sia di forma circolare di raggio a e che il punto P sia soggetto ad una forza d'attrito di vettore A costante in modulo e direzione tangenziale al tubo e verso opposto al senso del moto di P.

Soluzione

(a) Siano $\boldsymbol{v}_1$ e $\boldsymbol{v}_2$ i vettori velocità rispettivamente in C e in D. Per il Principio di conservazione d'energia i moduli delle velocità sono dati da $\frac{1}{2}mv_1^2 = mgb$ in C e $\frac{1}{2}mv_2^2 = 2mgb$ in D

$v_1 = \sqrt{2gb}$ e $v_2 = 2\sqrt{gb}$ di cui direzione e verso sono ovvi.

Poiché la reazione vincolare è sempre normale alla traiettoria di P, la sua accelerazione tangenziale sarà la componente, divisa per la massa, della forza attiva lungo la traiettoria stessa. Perciò l'accelerazione tangenziale in C è g, in D è nulla.

D'altra parte il raggio di curvatura dell'ellisse in C vale b^2/a e in D vale a^2/b; allora la accelerazione centripeta in C e in D vale rispettivamente

$$\frac{v_1^2}{b^2/a} = \frac{2gba}{b^2} = 2g\, a/b \qquad \frac{v_2^2}{a^2/b} = \frac{4gbb}{a^2} = 4g\, b^2/a^2$$

(b) Poiché in C e in D la traiettoria è normale al raggio vettore, dette ω_1 e ω_2 le velocità angolari e in C e in D sono rispettivamente

$$\omega_1 = \frac{v_1}{a} = \frac{\sqrt{2gb}}{a} \qquad \omega_2 = \frac{v_2}{b} = \frac{2\sqrt{gb}}{b}$$

velocità areolare in C $= v_1 a$ velocità areolare in D $= v_2 b$

(c) Nel caso di tubo circolare (raggio=a), in presenza d'attrito, per il Principio di conservazione dell'energia (teorema delle forze vive) si ha:

in C $\frac{1}{2}mv_1^2 = mga - F\frac{\pi}{2}a$ in D $\frac{1}{2}mv_2^2 = 2mga - F\pi a$

dalle quali si ricavano v_1 e v_2 reali, se $2mg > F\pi$.

Il calcolo delle altre grandezze è analogo al caso (a) e (b).