

Esercizio n. 90

<http://www.extrabyte.info>

Calcolare la derivata della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt[5]{(x^3 - 1)^3} \cdot \sqrt[7]{x}}{(9 + x)^4 \sqrt[3]{x^2 + 5}}$$

Soluzione

Conviene utilizzare il metodo della derivata logaritmica:

$$\ln f(x) = \frac{3}{5} \ln(x^3 - 1) + \frac{1}{7} \ln x - 4 \ln(9 + x) - \frac{1}{3} \ln(x^2 + 5) \quad (1)$$

Derivando ambo i membri:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{9x^2}{5(x^3 - 1)} + \frac{1}{7x} - \frac{4}{9 + x} - \frac{2x}{3(x^2 + 5)}, \quad (2)$$

da ciò segue che la derivata di $f(x)$ è:

$$f'(x) = \frac{\sqrt[5]{(x^3 - 1)^3} \cdot \sqrt[7]{x}}{(9 + x)^4 \sqrt[3]{x^2 + 5}} \left[\frac{9x^2}{5(x^3 - 1)} + \frac{1}{7x} - \frac{4}{9 + x} - \frac{2x}{3(x^2 + 5)} \right] \quad (3)$$