Esonero di Analisi Matematica 1 - http://www.extrabyte.info
6 settembre 2014

Professore Nome________________________________

Instructions. Replace this text by the instructions to the students. The fixed vertical spaces for each question were entered using Insert Spacing, Vertical, and then choosing the Custom option. To adjust the amount of space set aside for each question, place the insertion point to the right of the vertical space (the large green down arrow that's visible at the end of each question when View Invisibles is turned on).

1. **Esercizio 1**. Assegnata la funzione:

$$f(x) = x + 2\pi \sin x,$$

dimostrare, applicando il teorema dei carabinieri, che f diverge positivamente per $x \to +\infty$, mentre diverge negativamente per $x \to -\infty$.in un intorno del punto $x_0 = 0$.

Svolgimento.
Risulta:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Longrightarrow -2\pi \leq 2\pi \sin x \leq 2\pi \Longrightarrow x - 2\pi \leq x + 2\pi \sin x \leq x + 2\pi$$

Cioè:

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

essendo $g(x) = x - 2\pi$, $h(x) = x + 2\pi$. Inoltre:

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \to x_0} h(x) = +\infty$$

Per il teorema dei carabinieri:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Allo stesso modo si dimostra che $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$. In fig. 1 riportiamo i grafici delle funzioni $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.

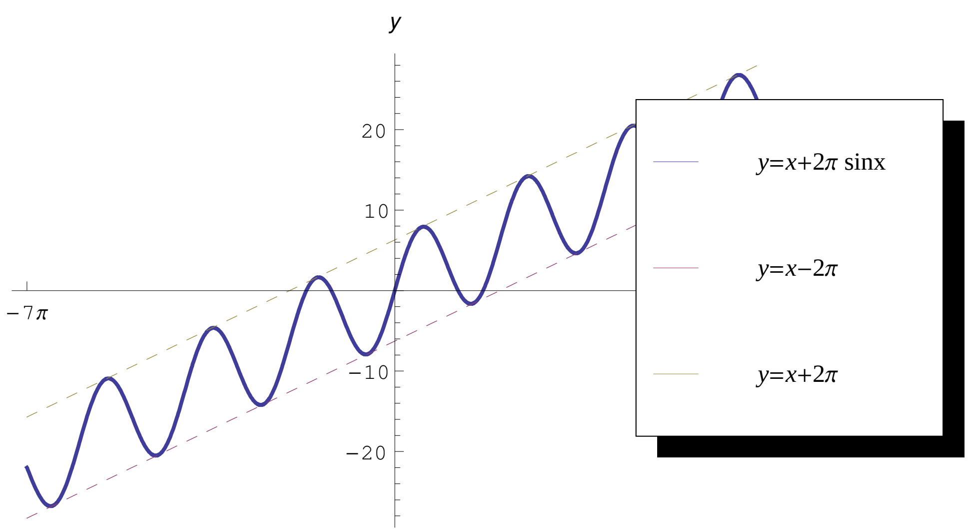

Figure 1: Andamento del grafico della funzione $f(x) = x + 2\pi \sin x$ nell'intervallo $[-7\pi, 7\pi]$.