Esercizio di Meccanica Razionale

Marcello Colozzo http://extrabyte.infohttp://extrabyte.info

Esercizio 1 *Esercizio tratto da [1]. La soluzione è nostra).*

Il testo è in fig. 1.

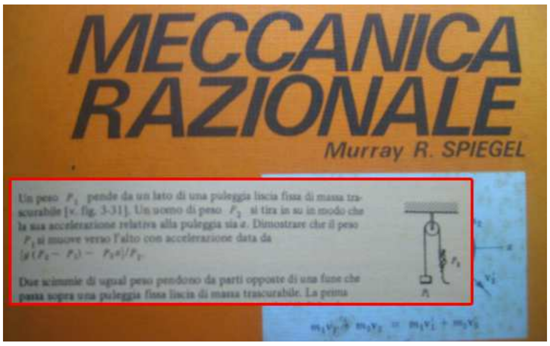

Figura 1: Esercizio 1.

Soluzione

Senza perdita di generalità supponiamo $P_1 > P_2$.

Caso A: l'uomo non si arrampica.

Orientando un asse verticale y verso il basso e applicando il secondo principio della dinamica all'uomo, si ha

$$\mathbf{T} + \mathbf{P}_2 = \frac{P_2}{g}\mathbf{a}_2 \tag{1}$$

dove: $\mathbf{T}$ è la tensione della fune, $\mathbf{a}_2$ è l'accelerazione dell'uomo. Entrambi questi vettori sono paralleli e discordi al predetto asse y, onde:

$$-T + P_2 = -\frac{P_2}{g}a_2 \tag{2}$$

Le medesime considerazioni applicate a P_1 restituiscono (con ovvio significato dei simboli):

$$\mathbf{T} + \mathbf{P}_1 = \frac{P_2}{g}\mathbf{a}_1 \Longleftrightarrow -T + P_1 = \frac{P_2}{g}a_1$$

Qui a_1 è il modulo dell'accelerazione di P_1: il vettore $\mathbf{a}_1$ è orientato verso il basso. L'inestensibilità della fune implica l'uguaglianza dei moduli delle accelerazioni dei singoli corpi:

$$a_2 = a_1,$$

cosicché otteniamo il sistema di equazioni:

$$\begin{cases} -T + P_2 = -\frac{P_2}{g}a_1 \\ -T + P_1 = \frac{P_2}{g}a_1 \end{cases}$$

da cui ricaviamo l'accelerazione

$$a_1 = \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}g, \quad \mathbf{a}_1 = -\mathbf{a}_1\mathbf{j}, \quad (\mathbf{j} = \text{versore asse } y \text{ orientato verso il basso})$$

Caso B: l'uomo si arrampica.

L'uomo esercita sulla corda una forza $\mathbf{F}_0$ (verso il basso) sulla corda. Per il principio di azione e reazione (terzo principio della dinamica), quest'ultima esercita una forza uguale e contraria i.e. $-\mathbf{F}_0$, sull'uomo. Quindi

$$-\mathbf{F}_0 + \mathbf{T} + \mathbf{P}_2 = \frac{P_2}{g}\mathbf{a} \tag{3}$$

dove $\mathbf{a}$ è l'accelerazione assegnata dall'esercizio (quindi è un termine noto). Proiettando sull'asse y

$$-F_0 - T + P_2 = -\frac{P_2}{g}a \tag{4}$$

Siccome la fune è priva di massa, la forza $-\mathbf{F}_0$ verrà trasmessa su P_1, per cui

$$-\mathbf{F}_0 + \mathbf{T} + \mathbf{P}_1 = \frac{P_1}{g}\mathbf{a}' \tag{5}$$

essendo $\mathbf{a}'$ l'accelerazione di P_2. Proiettando sull'asse y

$$-F_0 - T + P_1 = -\frac{P_1}{g}a' \tag{6}$$

Sottraendo membro a membro le (4)-(6), ricaviamo

$$a' = \frac{P_2 - P_1}{P_1}g + \frac{P_2}{P_1}a \tag{7}$$

Riferimenti bibliografici

[1] Spiegel M. *Meccanica Razionale* Collana Schaum

[2] Mencuccini C., Silvestrini V., *Fisica 1*. Liguori Editore