Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Calcolo di K_{eff}. Età di Fermi

Finora abbiamo considerato solo reattori di dimensioni infinite per i quali è stato calcolato il fattore di moltiplicazione K_{∞}. Il K_{eff} relativo a reattori di dimensioni finite sarà ovviamente maggiore di K_{∞}. Si potrà scrivere la relazione

$$K_{eff} = PK_{\infty}, \quad \text{dove } 0 \leq P \leq 1 \tag{1}$$

Il significato fisico del fattore P è: probabilità dei neutroni di *non fuggire* quando il reattore ha dimensioni infinite. Il neutrone può fuggire durante il rallentamento e durante la diffusione. Il P pertanto è il risultato di

$$P = P_{rall}P_{diff} = P_r P_d \tag{2}$$

In una sezione precedente abbiamo visto che il neutrone percorre

$$\overline{r_r^2} = 6\tau \quad \text{e} \quad \overline{r_d^2} = 6L \Longrightarrow h^2 = 6\tau + 6L^2 = 6M^2 \tag{3}$$

dove M^2 = area di migrazione. Il calcolo di P si può fare solo se si conosce l'andamento del flusso nel reattore. Ricorderemo allora l'equazione di diffusione

$$D \cdot \nabla^2 \Phi_{th}(\mathbf{x}) - \Sigma_a \Phi_{th}(\mathbf{x}) + S = 0 \tag{4}$$

Immaginando di trovarci in un reattore termico omogeneo, la sorgente S è distribuita uniformemente, e, poiché il flusso si riferisce a neutroni termici che diffondono, il termine S rappresenta la quantità di neutroni che diventano termici nell'unità di tempo e in ogni cm^3. Sarà allora $S = q(u, \mathbf{x})$ dove u è la letargia. Il termine S può essere inteso come *densità di rallentamento.*

Ricordiamo che ξ = decremento medio logaritmico indipendente dall'energia, ma dipendente dal numero di massa A del moderatore. Il tempo impiegato da un neutrone per subire lo ξ vale λ_s/v in cui v = velocità.

Fissato un certo valore della letargia u la velocità che il neutrone ha in corrispondenza a tale valore è

$$\frac{\xi}{(\lambda_s/v)} \Longrightarrow \frac{\xi v}{\lambda_s} \tag{5}$$

La velocità del neutrone a compiere uno ξ è $\frac{du}{dt}$ (fig. 1).

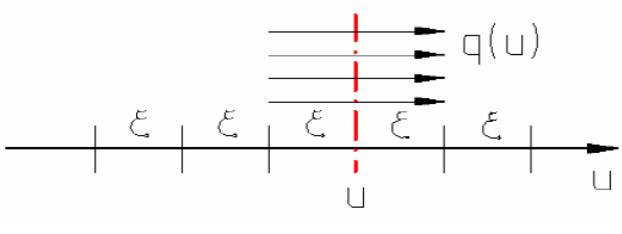

Figura 1: Velocità del neutrone e parametro ξ.

Denotando con $n(u)$ la densità neutronica si ha:

$$\frac{\text{q.tà neutroni}}{u^2\,\text{s}} = \frac{\text{q.tà neutroni}}{u^3} \cdot \frac{u}{\text{s}} \tag{6}$$

intendendo con u^2 una superficie immaginaria attraversata dal flusso di neutroni. Allora è:

$$q(u) = n(u)\,\frac{v\xi}{\lambda_s} = \Phi(u)\,\frac{\xi}{\lambda_s} \tag{7}$$

Un analogo risultato s'era già incontrato:

$$F(E) = \frac{1}{\xi E} \Longrightarrow \Phi(E) = \frac{1}{\xi\Sigma_s(E)\,E} \Longrightarrow \Phi(u)\,du = -\Phi(E)\,dE \tag{8}$$

Tenendo conto dell'assorbimento neutronico la (7) può essere così scritta:

$$q(u) = \Phi(u)\,\frac{\xi}{\lambda_s(u) + \lambda_a(u)} = \Phi(u)\,\frac{\xi}{\lambda(u)} \tag{9}$$

Osserviamo che

$$q(u) - q(u + du) = -\frac{\partial q}{\partial u}du \tag{10}$$

$$\Phi(\mathbf{x}, u) - \Phi(\mathbf{x}, u + du) = \Phi(\mathbf{x}, u)\,du \tag{11}$$

$$\begin{cases} D \cdot \nabla^2\Phi(\mathbf{x}, u) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{x}, u) + q(\mathbf{x}, u) = 0 \\ D \cdot \nabla^2\Phi(\mathbf{x}, u + du) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{x}, u + du) + q(\mathbf{x}, u + du) = 0 \end{cases} \tag{12}$$

Sottraendo la seconda dalla prima

$$D \cdot \nabla^2\Phi(\mathbf{x}, u) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{x}, u) - \frac{\partial q}{\partial u}du = 0 \tag{13}$$

in cui, sostituendo la (9) si ottiene:

$$D \cdot \nabla^2\Phi(\mathbf{x}, u)\,\frac{\lambda(u)}{\xi} - \Sigma_a\Phi(\mathbf{x}, u)\,\frac{\lambda(u)}{\xi} - \frac{\partial q(\mathbf{x}, u)}{\partial u}du = 0 \tag{14}$$

Ricordiamo che

$$D = \frac{\lambda_{tr}}{3} \quad \text{e} \quad \frac{\Sigma_a}{D} = \frac{1}{L^2} = \frac{3}{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)} \tag{15}$$

La (14) diventa:

$$\nabla^2 q(\mathbf{x}, u) - \frac{3}{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)}q(\mathbf{x}, u) - \frac{3\xi}{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)}\,\frac{\partial q(\mathbf{x}, u)}{\partial u}du = 0 \tag{16}$$

Per integrare questa equazione introduciamo una funzione $\tau = \tau(u)$ con le dimensioni tale che sia

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \frac{\partial q}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{3\xi}{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)}\,\frac{\partial q}{\partial u} \tag{17}$$

Allora si ha:

$$\frac{du}{d\tau} = \frac{3\xi}{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)} \Longrightarrow \frac{d\tau}{du} = \frac{\lambda_{tr}(u)\,\lambda(u)}{3\xi} \tag{18}$$

Segue

$$\tau = \frac{1}{3\xi} \int_0^u \lambda_{tr} \left(u' \right) \lambda \left(u' \right) du' \tag{19}$$

Tale grandezza si chiama **età di Fermi** e si misura in cm^2. La (16) diventa:

$$\nabla^2 q \left(\mathbf{x}, \tau \right) - \frac{3}{\lambda_{tr} \left(u \right) \lambda_a \left(u \right)} q \left(\mathbf{x}, \tau \right) - \frac{\partial q}{\partial \tau} = 0 \tag{20}$$

nota come **equazione dell'età di Fermi** .