
Equazione matriciale

Marcello Colozzo – <http://www.extrabyte.info>

Esercizio 1 Risolvere l'equazione matriciale:

$$3 \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+t & 3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Soluzione

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+t & 3 \end{pmatrix} \\ \iff \begin{pmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x+4 & x+y+6 \\ z+t-1 & 2t+3 \end{pmatrix} \\ \iff \begin{pmatrix} 2x-4 & 2y-6-x \\ 2z+1-t & t-3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ciò il sistema di equazioni lineari nelle incognite x, y, z, t :

$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 2y - 6 - x = 0 \\ 2z + 1 - t = 0 \\ t - 3 = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

che si risolve senza applicare il metodo dei determinanti. Infatti, dalla prima e dalla quarta equazione ricaviamo:

$$x = 2, \quad t = 3, \quad (3)$$

per cui

$$\begin{cases} 2y - 8 = 0 \\ 2z - 2 = 0 \end{cases} \implies y = 4, \quad z = 1 \quad (4)$$

Ne concludiamo che l'equazione matriciale assegnata ammette l'unica soluzione:

$$(x, y, z, t) = (2, 4, 1, 3) \quad (5)$$