Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Equazione critica di un reattore omogeneo e spoglio

Si proietti il $\Phi_{111}(x,y,z)$ su un piano tale che sia:

$$\Phi(x) = A\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \tag{1}$$

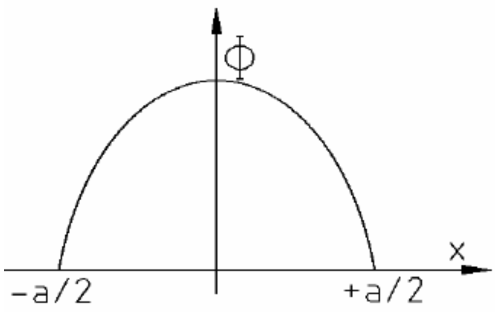

Figura 1: Grafico della funzione (1).

Per avere un'idea di quanto piatto sia il flusso è utile il rapporto tra il flusso massimo e il flusso medio, cioè

$$\frac{\Phi_{\max}(x)}{\overline{\Phi(x)}} \Longrightarrow \Phi_{\max}(x) = A \tag{2}$$

Calcoliamo il flusso medio:

$$\begin{aligned}\overline{\Phi(x)} &= \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} A\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)dx = \frac{A}{a}\frac{1}{\frac{\pi}{a}}\int_{-a/2}^{a/2}\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)d\left(\frac{\pi}{a}x\right) \\ &= \frac{A}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\right]_{x=-a/2}^{x=a/2} = \frac{A}{\pi}2\sin\left(\frac{\pi}{a}\frac{a}{2}\right) = \frac{2A}{\pi}\end{aligned} \tag{3}$$

e così per

$$\overline{\Phi(y)} = \overline{\Phi(z)} = \frac{2A}{\pi} \tag{4}$$

Dunque

$$\frac{\Phi_{\max}(x)}{\overline{\Phi(x)}} = \frac{\Phi_{\max}(y)}{\overline{\Phi(y)}} = \frac{\Phi_{\max}(z)}{\overline{\Phi(z)}} = \frac{\pi}{2}$$

e quindi

$$\frac{\text{flusso max}}{\text{flusso medio}} = \frac{\pi}{2} \tag{5}$$

La probabilità di *non fuggire* durante il rallentamento è $P_{rall} = \exp\left(-B_g^2\tau\right)$. Calcoliamo ora la probabilità di *non fuggire* durante la diffusione.

$$D\cdot\nabla^2\Phi_{th} - \Sigma_a\Phi_{th} - q(x,\tau_{th}) = 0$$

dei tre termini vediamo il significato fisico

$$\begin{cases} D \cdot \nabla^2 \Phi_{th} = n_u = \text{neutroni che sfuggono}/\,\text{cm}^3\,\text{s} \\ \Sigma_a \Phi_{th} = n_a = \text{neutroni che sono assorbiti}/\,\text{cm}^3\,\text{s} \\ q\left(x, \tau_{th}\right) = n_a - n_u = \text{neutroni che nascono}/\,\text{cm}^3\,\text{s} \end{cases}$$

Segue

$$-\frac{n_u}{n_a} = -\frac{\nabla^2 \Phi_{th}}{\Phi_{th}} L^2 = B^2 L^2 \tag{6}$$

In regime stazionario il rapporto (6) è indipendente da x. La q.tà di neutroni che viene prodotta ogni secondo è

$$N = N_a + N_u = n_a V + n_u V, \tag{7}$$

essendo V il volume. Allora la P_{diff} è

$$P_{diff} = \frac{N_a}{N} = \frac{N_a}{N_a - N_u} = \frac{1}{1 + B^2 L^2} = \frac{1}{1 + B_g^2 L^2} \tag{8}$$

e finalmente scriveremo

$$K_{eff} = K_\infty \frac{1}{1 + B_g^2 L^2} \exp\left(-B_g^2 \tau\right) \tag{9}$$

Ignoriamo per ora il significato di B_g^2; esaminiamo solo

$$K_{eff} = K_\infty \frac{1}{1 + B^2 L^2} \exp\left(-B^2 \tau\right) = 1 \tag{10}$$

Ne segue che la relazione seguente

$$K_\infty e^{-B^2 \tau} = 1 + B^2 L^2 \tag{11}$$

è l'equazione critica di un reattore omogeneo e spoglio.