

## Esercizi di geometria differenziale

Marcello Colozzo - (file scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

**Esercizio 1** *Mostrare che i vettori tangenti alla curva*

$$\mathbf{x} = at\mathbf{i} + bt^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k} \quad (1)$$

*formano un angolo costante con il vettore  $\mathbf{w} = \mathbf{i} + \mathbf{k}$ . I coefficienti  $a, b$  sono assegnati e verificano la condizione  $2b^2 = 3a$ .*

### Soluzione

Un vettore tangente alla curva nel generico punto corrispondente a  $t$ , è

$$\dot{\mathbf{x}} = a\mathbf{i} + 2bt\mathbf{j} + 3t^2\mathbf{k}$$

L'angolo tra tale vettore e il vettore assegnato  $\mathbf{w}$  è

$$\cos \theta = \frac{\dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{w}}{|\dot{\mathbf{x}}| |\mathbf{w}|} \quad (2)$$

Abbiamo

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{w} &= \sqrt{a^2 + 4b^2t^2 + 9t^4} = \sqrt{(a + 3t^2)^2} = a + 3t^2 \\ &\quad \text{per } 2b^2 = 3a \\ |\mathbf{w}| &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Conclusione

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

I valori possibili sono  $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ . La curva è disegnata in fig. 1.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Lipschutz 1994. *Differential Geometry*. Schaum's
- [2] Fasano A., Marmi S. 1994. *Meccanica analitica*. Boringhieri

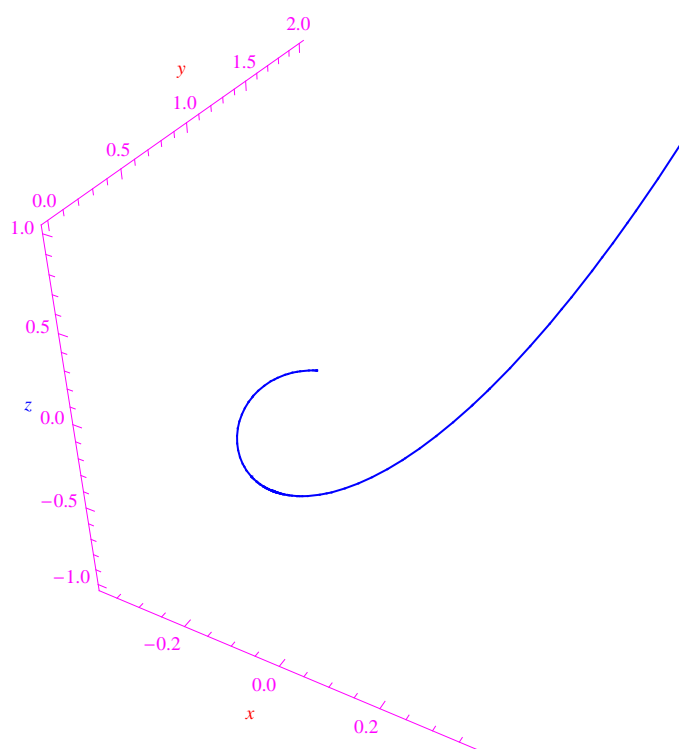


Figura 1: Esercizio 1.