

Esercizi di geometria differenziale

Marcello Colozzo - (file scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Esercizio 1 (Tratto da [1]. La soluzione è nostra)

Determinare una rappresentazione parametrica della curva intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con il piano $x + y + z = 1$ che non comporti l'uso di radicali.

Soluzione

Se γ è la curva intersezione:

$$\gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

da cui

$$\gamma : f(y, z) = 0$$

dove

$$f(y, z) = (1 - y - z)^2 + y^2 - 1$$

In questo modo abbiamo trovato una rappresentazione implicita dove non compaiono radicali. Tuttavia l'esercizio chiede una rappresentazione parametrica. A tale scopo scriviamo una rappresentazione parametrica del cilindro:

$$x = \sin t, \quad y = \cos t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

Dal momento che γ è tracciata sul piano $x + y + z = 1$, deve essere $z = 1 - \sin t - \cos t$. Ne concludiamo che la rappresentazione richiesta è

$$x = \sin t, \quad y = \cos t, \quad z = 1 - \sin t - \cos t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

La curva è disegnata in fig. 1.

Esercizio 2

Riferimenti bibliografici

- [1] Lipschutz 1994. *Differentia Geometry*. Schaum's
- [2] Fasano A., Marmi S. 1994. *Meccanica analitica*. Boringhieri

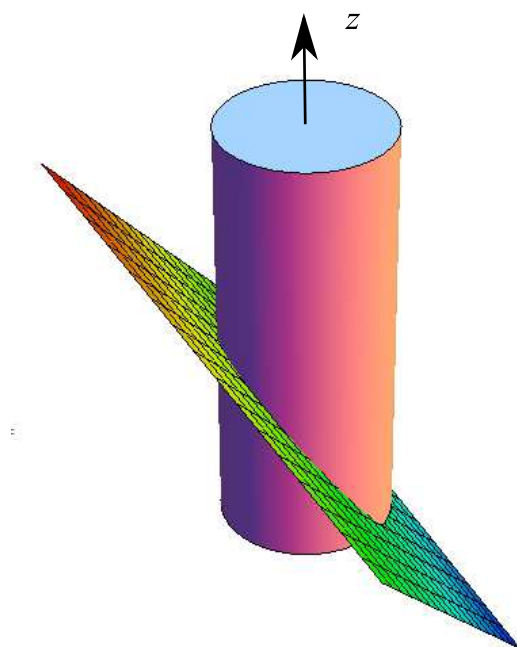


Figura 1: Esercizio 1.