

Controllo dei reattori

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

1 Introduzione. Criticità di un reattore

Se un reattore opera in uno stato stazionario il fattore K_{eff} deve rimanere uguale ad uno, cioè il sistema è esattamente *critico*. Tuttavia, se un reattore fosse costruito solo per essere critico al punto giusto, non si manterrebbe in tale situazione per molto tempo, essendo le maggiori cause di disturbo al suo funzionamento l'*esaurimento del combustibile*, gli *effetti della temperatura*, i *prodotti di fissione*.

Vi sono in aggiunta altri fattori, apparentemente estranei, tali come la pressione atmosferica. Variazioni della pressione atmosferica si accompagnano a variazioni di assorbimento di neutroni da parte dell'azoto dell'aria circolante all'interno del reattore.

2 Combustibile

Quando un reattore funziona, la quantità di combustibile nel core decresce. Se il funzionamento è previsto per un tempo apprezzabilmente lungo, allora sarà usata una quantità di combustibile maggiorata rispetto a quella critica. In genere il massimo burn-up che un reattore di potenza può tollerare è inferiore al 10/100.

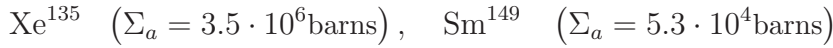
3 Temperatura

Quando il reattore funziona la sua temperatura complessivamente sale a causa dell'energia termica sviluppata dalla fissione nucleare. A parte l'efficienza del sistema di raffreddamento, diverse parti del reattore saranno soggette inevitabilmente a temperature superiori a quelle esistenti quando il reattore è sottocritico. Dunque combustibile e moderatore sono soggetti ad aumentare di dimensioni; così la loro densità decresce, ed il risultato è che la lunghezza del percorso di diffusione e l'età dei neutroni termici aumentano. Ciò comporta che la massa critica sia tanto maggiore quanto maggiori sono le temperature. Alle alte temperature, durante il funzionamento, l'energia media dei neutroni termici è più elevata rispetto a quella delle molecole d'aria atmosferica; pertanto ci saranno variazioni di L^2, τ, η, f, p , essendo questi valori funzioni delle sezioni d'urto. La p subisce l'effetto Doppler nucleare. A causa dell'aumento di energia di agitazione termica le ampiezze di risonanza aumentano, ma i picchi di risonanza si abbassano, dovendo rimanere uguale l'area del diagramma. In tal modo si riduce la probabilità di fuga alle risonanze.

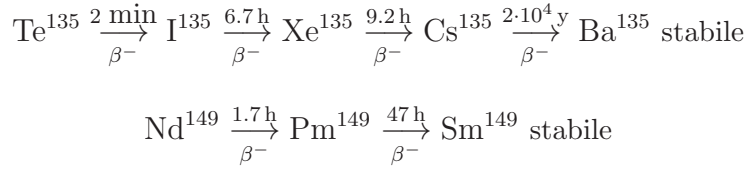
4 Prodotti di fissione

Durante l'esercizio continuo dell'impianto i nuclidi formati per la fissione e i loro prodotti di decadimento si accumulano; si chiamano veleni quelli che hanno una grande Σ_a . A causa dell'inarrestabile formazione dei prodotti di decadimento, anche dopo una riduzione di potenza, come pure dopo il completo spegnimento – shut down — del reattore, la concentrazione di un veleno può essere tollerata fino ad un certo valore massimo. Per riprendere il funzionamento subito dopo uno shut down si richiede un eccesso di reattività.

I nuclidi di particolare interesse a causa della loro grande sezione d'urto di cattura sono:



Esempi di prodotti di fissione:



5 Barre di controllo. Teoria di un gruppo di energia

Quanto segue suppose: reattore omogeneo, spoglio, molto grande, finito, cilindrico. Assumeremo per semplicità che la barra di controllo sia *nera* cioè i neutroni possono entrare nella barra ma non fuggire (corpo nero). Supponiamo per ora un reattore finito, cilindrico senza barra di controllo centrale. Nella figura 1 si assume che $R_0 \simeq R$ e che il flusso $\Phi = 0$ per $r = R$.

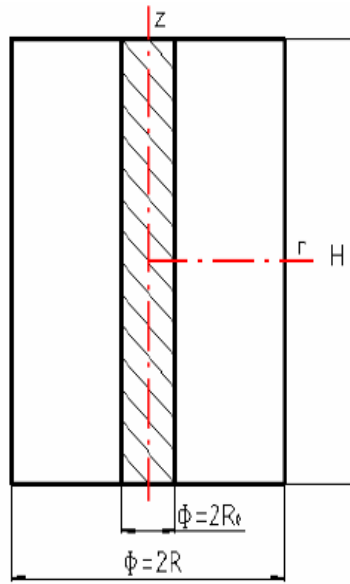


Figura 1: Reattore finito, cilindrico senza barra di controllo centrale.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + B_g^2 \Phi = 0 \tag{1}$$

Condizioni al contorno $r = R$ e $z = H/2$. Supponiamo $\Phi(r, z) = \Theta(r) Z(z)$. Dividendo la (1) per $\Theta(r) Z(z)$ otteniamo

$$\frac{1}{\Theta(r)} \left(\frac{d^2 \Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} + B_g^2 = 0 \tag{2}$$

Poniamo:

$$\frac{1}{\Theta(r)} \left(\frac{d^2 \Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) = -\alpha^2, \quad \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\beta^2 \tag{3}$$

Segue

$$B_g^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (4)$$

Quindi, dopo semplici passaggi, si può scrivere:

$$r^2 \frac{d^2 \Theta}{dr^2} + r \frac{d\Theta}{dr} + \alpha^2 r^2 \Theta = 0 \quad (5)$$

Quest'ultima equazione può trasformarsi in un'equazione di Bessel ponendo

$$u \equiv \alpha r \implies u^2 \frac{d^2 \Theta}{du^2} + u \frac{d\Theta}{du} + u^2 \Theta = 0 \quad (6)$$

Ricordiamo che l'equazione generale di Bessel di ordine n

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) y = 0 \quad (7)$$

Ne segue che la nostra equazione è di Bessel di ordine 0, e la soluzione generale è

$$\Theta = A J_0(u) + C Y_0(u) \quad (8)$$

dove $J_0(u)$ è la *funzione di Bessel di prima specie*, mentre $Y_0(u)$ è la *funzione di Besse di prima specie*

Se fosse $\alpha^2 < 0$ scriveremmo

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) y = 0 \quad (9)$$

e la (8) diventerebbe

$$\Theta = A' I_0(u) + C' K_0(u) \quad (10)$$

Si può dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0} Y_0(u) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} K_0(u) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} I_0(u) = +\infty \quad (11)$$

Quindi l'unica soluzione reale è

$$\Theta(r) = A J_0(u) = A A J_0(\alpha r) \quad \text{con } A \neq 0 \quad (12)$$

Per le condizioni al contorno:

$$\Theta(r) = A J_0(\alpha R) = 0 \implies J_0(\alpha R) = 0 \quad (13)$$

Dalla **tabella** della funzione di Bessel $J_n(x)$ si legge $J_{n=0}(x = 2.4048) = 0$. Quindi

$$\alpha R = 2.4048 \implies \alpha = \frac{2.4048}{R} \implies \alpha^2 = \left(\frac{2.4048}{R} \right)^2$$

e la (12) diventa:

$$\Theta(r) = A J_0 \left(\frac{2.4048}{R} r \right) \quad (14)$$

La funzione $Z(z)$ si può studiare considerando la simmetria del flusso rispetto all'origine in direzione dell'asse z E utilizzando le condizioni al contorno. Si arriverà a scrivere

$$Z(z) = \text{costante} \cdot \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) \implies \beta^2 = \left(\frac{\pi}{H} \right)^2 \quad \text{autovalore più basso} \quad (15)$$

Dunque la (4) diventa

$$B_g^2 = \alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{2.4048}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \quad (16)$$

pertanto

$$\Phi(r, z) = AJ_0\left(\frac{2.4048}{R}r\right) \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (17)$$