Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Meccanica delle collisioni elastiche

2 Legge di dispersione

Il rapporto dell'energia neutronica dopo l'urto − E_2 − a quella prima dell'urto − E_1 − è stato ottenuto come funzione della massa A del nucleo e dell'angolo di dispersione θ nel sistema del centro di massa, ipotizzando collisioni perfettamente elastiche.

Se una legge empirica di dispersione è specificata in termini di una distribuzione di probabilità per dispersione come una funzione dell'omonimo angolo, una distribuzione corrispondente di energia cinetica neutronica può essere ottenuta per mezzo di questa equazione.

Sperimentalmente si trova che la dispersione di neutroni con energia inferiore a qualche MeV è isotropa nel sistema del centro di massa. Questa è la legge empirica di dispersione che sarà postulata nel complesso della discussione seguente.

Assumendo la dispersione isotropa e restando nel sistema del baricentro la probabilità che un neutrone sia disperso entro un elemento di angolo solido $d\Omega$ corrispondente ad un elemento conico situato tra gli angoli Ω e $\Omega + d\Omega$, è

$$p(\theta)\, d\theta = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi \sin\theta d\theta}{4\pi} = 2\sin\theta d\theta \tag{1}$$

La probabilità che dopo la dispersione un neutrone con energia iniziale E_1 abbia energia nell'intervallo $E_2, ...E_2 + dE_2$ è

$$p(E_2)\, dE_2 = p(\theta)\, \frac{dE_2}{d\theta} d\theta \tag{2}$$

Ricordando che

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}\left[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos\theta\right] \Longrightarrow p(E_2)\, dE_2 = -\frac{dE_2}{E_1(1-\alpha)} \tag{3}$$

La distribuzione di probabilità

$$p(E_2) = -\frac{1}{E_1(1-\alpha)} \tag{4}$$

è indipendente da E_2 e si rappresenta in un piano come in fig. 1.

È facile verificare che

$$\int_{E_1}^{\alpha E_1} p(E_2)\, dE_2 = 1 \tag{5}$$

Sebbene la dispersione sia isotropa nel sistema del baricentro, non è così nel sistema del laboratorio, a meno che la massa A del nucleo sia grande in confronto a quella del neutrone. In tal caso si può supporre il centro di massa coincidente con il nucleo. Dalle composizioni vettorioali delle velocità si vede che (fig. 2)

$$V_2 \cos\psi = V_a \cos\theta + V_M = \frac{AV_1}{A+1}\cos\theta + \frac{V_1}{A+1} \tag{6}$$

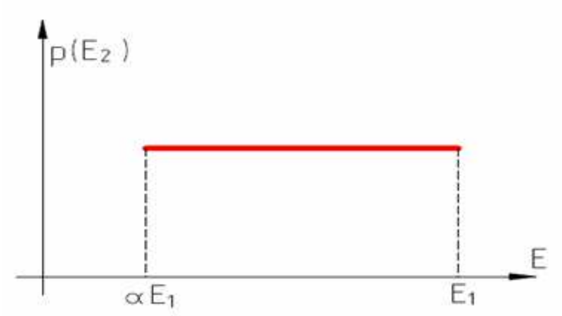

Figura 1: Andamento della distribuzione (4).

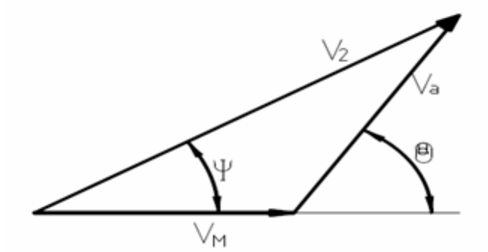

Figura 2: Sistema del laboratorio.

Poiché è

$$V_2 = \frac{V_1}{A+1}\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1} \tag{7}$$

si ha che

$$\cos\psi = \frac{A\cos\theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}} \tag{8}$$

Per un nucleo pesante $A \gg 1 \Longrightarrow \cos\psi \simeq \cos\theta$. Dunque se la dispersione è isotropa nel sistema del laboratorio lo è anche nel sistema del baricentro. Il coseno medio di dispersione vale allora:

$$\overline{\cos\psi} = \frac{\int_0^\pi \cos\psi p\left(\theta\right) d\theta}{\int_0^\pi p\left(\theta\right) d\theta} = \frac{\int_0^\pi \frac{A\cos\theta+1}{\sqrt{A^2+2A\cos\theta+1}}\frac{1}{2}\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi \frac{1}{2}\sin\theta d\theta} = \frac{2}{3}A \tag{9}$$

Definizione 1 *Definiamo* **decremento medio logaritmico***, la grandezza*

$$\xi = \overline{\ln\frac{E_1}{E_2}} = \frac{\int_{E_1}^{\alpha E_1} \ln\frac{E_1}{E_2} p\left(E_2\right) dE_2}{\int_{E_1}^{\alpha E_1} p\left(E_2\right) dE_2} = \int_{E_1}^{\alpha E_1} \ln\frac{E_1}{E_2} p\left(E_2\right) dE_2, \tag{10}$$

Tenendo conto della condizione di normalizzazione (5), si ha:

$$\xi = \int_{E_1}^{\alpha E_1} \ln\frac{E_1}{E_2} p\left(E_2\right) dE_2 \tag{11}$$

Posto $x = E_2/E_1$ si può scrivere:

$$\xi = \frac{1}{1-\alpha}\int_1^\alpha \ln x dx \Longrightarrow \xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A}\ln\frac{A-1}{A+1} \tag{12}$$

Per $A > 10$ si può scrivere:

$$\xi = \frac{2}{A+2/3} \tag{13}$$

La grandezza ξ è molto utile perché dipende solo da A del moderatore che una volta scelto, si può affermare che un neutrone in ogni collisione, perde sempre la stessa quantità di energia. Questa frazione di perdita decresce con l'aumentare del numero di massa A del moderatore.

Il numero di collisioni necessarie per passare dall'energia di fissione di 2 MeV a ca. 0.025 eV è

$$\text{numero di collisioni} = n = \frac{\ln\frac{2\cdot 10^6}{0.025}}{\xi} = \frac{18.2}{\xi} \tag{14}$$