Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Coefficiente di temperatura nucleare. Stabilità intrinseca di un reattore

Consideriamo un reattore composto soltanto di combustibile e moderatore e assumiamo che la sezione d'urto d'assorbimento σ_a, nelle regioni termiche, segua la legge $1/V$ dove V è la velocità. Abbiamo già visto che

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{3}{2}kT$$

dove k è la costante di Boltzmann. Segue

$$\frac{1}{V} = \sqrt{\frac{m}{3kT}}$$

quindi

$$\sigma_a = \text{costante} \cdot T^{-1/2}$$

cosicché posto σ_{a_0} =costante$\cdot T_0^{-1/2}$ si ha

$$\sigma_a = \sigma_{a_0} \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2} = \sigma_{a_0}\theta^{-1/2}, \quad \text{dove } \theta = \frac{T}{T_0} \tag{1}$$

La sezione d'urto di scattering σ_s non varia così rapidamente con la crescita della temperatura; supponiamo sia

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{1}{3}\frac{\lambda_{tr}}{\Sigma_a} = \frac{1}{3}\frac{1}{\Sigma_a \Sigma_{tr}} = \frac{1}{3}\frac{1}{\Sigma_{a_0}\Sigma_{tr}}\frac{1}{\theta^{-(1/2+x)}} \Longrightarrow L^2 = L_0^2\theta^{x+\frac{1}{2}} \tag{2}$$

esistendo per l'età di Fermi τ (vedi sezione **??** o questo link):

$$\tau = \frac{1}{3\xi}\int_0^u \lambda_{tr}(u)\,\lambda_s(u)\,du = \frac{1}{3\xi}\int_0^{u_{th}} \frac{du}{\Sigma_{tr}\Sigma_s} = \frac{1}{3\xi}\int_0^{u_{th_0}} \frac{du}{\Sigma_{tr}\Sigma_s} + \frac{1}{3\xi}\int_{u_{th_0}}^{u_{th}} \frac{du}{\Sigma_{tr}\Sigma_s} \tag{3}$$

Supponiamo che sia $|x| \simeq 1$ (il suddetto esponente di θ); per la τ possiamo scrivere

$$\tau = \tau_0 - \frac{1}{3\xi}\int_{E_{th_0}}^{R_{th}} \frac{1}{\Sigma_{tr}\theta^{-x}\Sigma_{s_0}\theta^{-x}}\frac{dE}{E} \quad \text{dove } E = \frac{3}{2}kT \Longrightarrow dE = \frac{3}{2}kdT \tag{4}$$

$$\tau = \tau_0 - \frac{1}{3\xi}\int_1^{\theta} \frac{1}{\Sigma_{tr}\Sigma_{s_0}\theta^{-2x}}\frac{d\theta}{\theta} \tag{5}$$

Sviluppando in serie di Mac-Laurin

$$\frac{1}{\theta^{-x}} = 1 + \ln\theta + ...$$

otteniamo

$$\tau = \tau_0 - \frac{1}{3\xi\Sigma_{tr}\Sigma_{s_0}}\int_1^{\theta} (1+\ln\theta)\,d\theta = \tau_0 - \frac{1}{3\xi\Sigma_{tr}\Sigma_{s_0}}\ln\theta \tag{6}$$

Allora la reattività $\rho(T)$ è

$$\rho = \frac{K-1}{K} - B^2 \left[\tau_0 - \frac{1}{3\xi\Sigma_{tr}\Sigma_{s_0}} \ln\theta + L_0^2 \theta^{x+\frac{1}{2}} \right] \tag{7}$$

Supposta la densità dei materiali d =costante, possiamo scrivere il **coefficiente di temperatura nucleare**

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{d=\text{cost}} = \frac{\partial\rho}{\partial\theta}\frac{\partial\theta}{\partial T} = \frac{1}{T_0}\frac{\partial\rho}{\partial\theta} \tag{8}$$

Se $\frac{\partial\rho}{\partial T} < 0$ **il reattore è intrinsecamente stabile**; se $\frac{\partial\rho}{\partial T} > 0$ **il reattore non è intrinsecamente stabile**.

Vediamo ora l'influenza della temperatura T sulla densità d.

L'aumemto di temperatura causa un'espansione dei materiali del reattore; ciò influisce sulla reattività in due modi: primo cambiando λ_a e λ_s, secondo cambiando le dimensioni del sistema. La Σ_a è proporzionale alla q.tà atomi/unità di volume: $\Sigma_a = \sigma_a N = \sigma_a \frac{N_{Av}}{A} d$. Dalla definizione di $L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} = \frac{DA}{\sigma_a N_{Av} d}$ e della τ si può mostrare che

$$L^2 + \tau^2 = L_0^2 \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 + \tau_0 \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \Longrightarrow M^2 = M_0^2 \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \tag{9}$$

Ricordando la relazione della reattività

$$\rho = \frac{K-1-M^2B^2}{K}$$

possiamo scrivere

$$\rho = \frac{K-1}{K} - \frac{B^2}{K} M_0^2 \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \Longrightarrow \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{B^2,\sigma_a,\sigma_s} = \frac{2B^2M_0^2}{K}\frac{d_0^2}{d^3}\frac{\partial d}{\partial T} \tag{10}$$

Indicato con α il coefficiente di dilatazione termica del materiale sappiamo dalla Fisica Tecnica che

$$\begin{gathered} l = l_0 + \alpha l_0 (T - T_0) = l_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \\ \Longrightarrow \text{volume} = V = V_0 [1 + \alpha (T - T_0)]^3 \end{gathered}$$

cosicché

$$d = \frac{d_0}{[1 + \alpha (T - T_0)]^3} \Longrightarrow \frac{\partial d}{\partial T} = -\frac{3\alpha d}{[1 + \alpha (T - T_0)]^4} \tag{11}$$

che sostituita nella (10) dà

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{B^2,\sigma_a,\sigma_s} = -\frac{6B^2M_0^2}{K}\frac{d_0^3}{d^3}\frac{\alpha}{[1 + \alpha (T - T_0)]^4} \tag{12}$$

che per $T = T_0$ diventa

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{T=T_0} = -\frac{6\alpha B^2 M_0^2}{K} = -6\alpha \frac{K-1}{K} \tag{13}$$

e dunque in funzione delle dimensioni si ha

$$\frac{\partial\rho}{\partial T} = -\frac{2B^2M^2}{K} = -\frac{2}{B}\frac{K-1}{K} \tag{14}$$

Esempio 1 *Si abbia un reattore moderato con grafite (C) operante a* $400\,\mathrm{K}$ *e per il quale si abbia* $K = 1.05$ *e un fattore di utilizzazione termica* $f = 0.90$. *Si avrà allora:*

$$L^2 = 2850 \Longrightarrow L_0^2 = 2850 \cdot 0.90 = 285\,\mathrm{cm}^2$$

L'età di Fermi è essenzialmente quella del moderatore, cioè $350\,\mathrm{cm}^2$. *Dunque:*

$$M_0^2 = L_0^2 + \tau_0^2 = 635\,\mathrm{cm}^2 \Longrightarrow B^2 \simeq \frac{K-1}{M_0^2} = 7.874 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{cm}^2$$

Supposto

$$\frac{1}{\xi \Sigma_s \Sigma_{tr}} = 1.38 \quad \alpha = 10^{-5} / \,^\circ\mathrm{C} \quad \Longrightarrow \quad \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_d = -2.6 \cdot 10^5 / \,^\circ\mathrm{C}$$