Appunti di Fisica del Reattore nucleare

Ing. Giorgio Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Equazioni della cinetica e reattività

Supponiamo che sia

$$\Phi\left(\mathbf{r},t\right)=\Phi\left(\mathbf{r}\right)T\left(t\right)\quad\text{e}\quad C_i\left(\mathbf{r},t\right)=C_i\left(\mathbf{r}\right)H_i\left(t\right) \tag{1}$$

Riscriviamo le equazioni della cinetica:

$$\begin{cases} L^2\nabla^2\Phi+\left[\left(1-\beta\right)ke^{-B^2\tau}-1\right]\Phi+\frac{p}{\Sigma_a}e^{-B^2\tau}\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_iC_i=l_0\frac{\partial\Phi}{\partial t} \\ \frac{\partial C_i}{\partial t}=-\lambda_iC_i+\beta_i\frac{k}{p}\Sigma_a\Phi\left(\mathbf{r},t\right) \end{cases} \tag{2}$$

Con la posizione (1), si ha:

$$\frac{\partial}{\partial t}C_i\left(\mathbf{r},t\right)=-\lambda_iC_i\left(\mathbf{r}\right)H_i\left(t\right)+\beta_i\frac{k}{p}\Sigma_a\Phi\left(\mathbf{r}\right)T\left(t\right) \tag{3}$$

$$\Longrightarrow C_i\left(\mathbf{r}\right)\frac{dH_i\left(t\right)}{dt}=-\lambda_iC_i\left(\mathbf{r}\right)H_i\left(t\right)+\beta_i\frac{k}{p}\Sigma_a\Phi\left(\mathbf{r}\right)T\left(t\right)$$

Cioè

$$\frac{C_i\left(\mathbf{r}\right)}{\Phi\left(\mathbf{r}\right)}\frac{dH_i\left(t\right)}{dt}=-\lambda_i\frac{C_i\left(\mathbf{r}\right)}{\Phi\left(\mathbf{r}\right)}H_i\left(t\right)+\beta_i\frac{k}{p}\Sigma_aT\left(t\right) \tag{4}$$

dove $\frac{C_i(\mathbf{r})}{\Phi(\mathbf{r})}$ è indipendente da $\mathbf{r}$. Così dalla (2) si ha:

$$L^2\frac{\nabla^2\Phi}{\Phi\left(\mathbf{r}\right)}+\left[\left(1-\beta\right)ke^{-B^2\tau}-1\right]\Phi+\frac{p}{\Sigma_a}e^{-B^2\tau}\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\frac{C_i\left(\mathbf{r}\right)H_i\left(t\right)}{\Phi\left(\mathbf{r}\right)T\left(t\right)}=\frac{l_0}{T}\frac{dT}{dt} \tag{5}$$

Per l'ipotesi fatta all'inizio (eq. (1)) si può scrivere

$$\nabla^2\Phi+B^2\Phi\left(\mathbf{r},t\right)=0\quad\text{che è identica a }\nabla^2\Phi+B^2\Phi\left(\mathbf{r}\right)=0$$

Le equazioni della cinetica, ambedue lineari e con variabili separabili, hanno le soluzioni:

$$\Phi\left(\mathbf{r},t\right)=\Phi_0e^{\omega t},\quad C_i\left(\mathbf{r},t\right)=C_{i0}e^{\omega t} \tag{6}$$

che introdotte nelle (1) danno

$$C_{i0}=\frac{k\beta_i\Sigma_a\Phi_0}{p\left(\omega+\lambda_i\right)} \tag{7}$$

$$\left(1-\beta\right)K_{eff}-1+K_{eff}\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i\beta_i}{\omega+\lambda_i}=\omega l\quad\text{oppure }K_{ecc}=\omega l+K_{eff}\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i\beta_i}{\omega+\lambda_i} \tag{8}$$

$$\rho=\frac{K_{ecc}}{K_{eff}}=\frac{K_{eff}-1}{K_{eff}}\quad\text{reattività}\quad\rho=\frac{\omega l}{\omega l+1}+\frac{1}{\omega l+1}\sum_{i=1}^{m}\frac{\omega\beta_i}{\omega+\lambda_i} \tag{9}$$

(v. fig. 1).

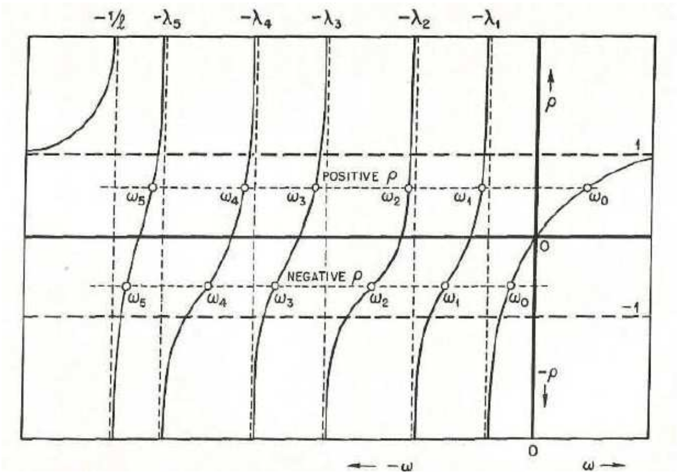

Figura 1: Reattività in funzione della grandezza ω.

Ricordando la (6) il flusso può allora essere espresso da

$$\Phi = A_0 e^{\omega_0 t} + A_1 e^{\omega_1 t} + ... + A_m e^{\omega_m t} \tag{10}$$

e per valori $\rho > 0$ e dopo un tempo t

$$\Phi = A_0 e^{\omega_0 t} = \Phi_0 e^{\omega_0 t}$$

dove $\omega_0 = T^{-1}$, essendo T il periodo stabile del reattore. Se nella (9) poniamo $\omega = T^{-1}$ si ottiene

$$\rho = \frac{l}{TK_{eff}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T} \tag{11}$$

Si usa esprimere la reattività ρ in unità *inhour* definita come la reattività per cui $T = 3600$.

$$\rho_{ih} = \frac{\frac{l}{TK_{eff}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{1+\lambda_i T}}{\frac{l}{3600K_{eff}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\beta_i}{1+\lambda_i 3600}} \tag{12}$$

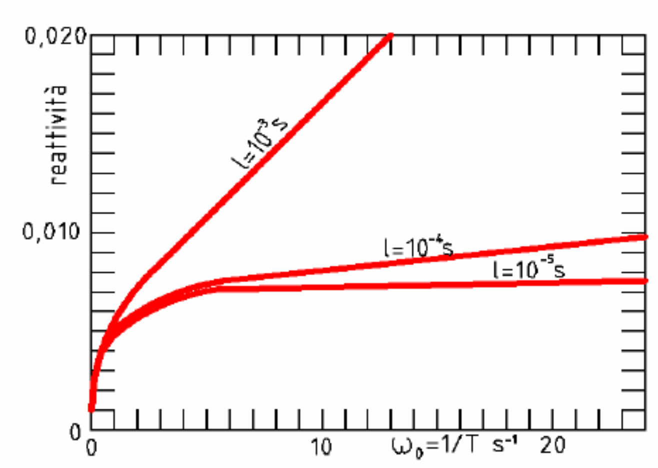

Figura 2: Reattività in funzione di ω_0.