Appunti di Fisica 1

Marcello Colozzo http://www.extrabyte.info

1 Campi di forze centrali

In un *campo di forze centrali* la forza è in ogni punto diretta verso un punto fisso, che si dice *centro della forza*. L'orientamento può essere anche contrario al punto. È ragionevole scegliere come riferimento cartesiano, un terna di assi $Oxyz$ con l'origine nel centro della forza. Ne consegue che in un assegnato punto di vettore posizione

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \tag{1}$$

la forza è data da una funzione

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(r) \tag{2}$$

essendo $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Quindi

$$\mathbf{F} = F(r)\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{3}$$

giacché

$$vers(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

cioè il versore del vettore posizione del punto considerato. Se la forza è orientata verso il centro, deve essere $F(r) < 0$, e viceversa.

Proposizione 1 *Un campo centrale è conservativo.*

Dimostrazione. Prendiamo ad arbitrio una coppia di punti A, B e un percorso γ che li congiunge (fig. 1). Il lavoro compiuto dalla forza centrale (di centro O) lungo il predetto cammino, è

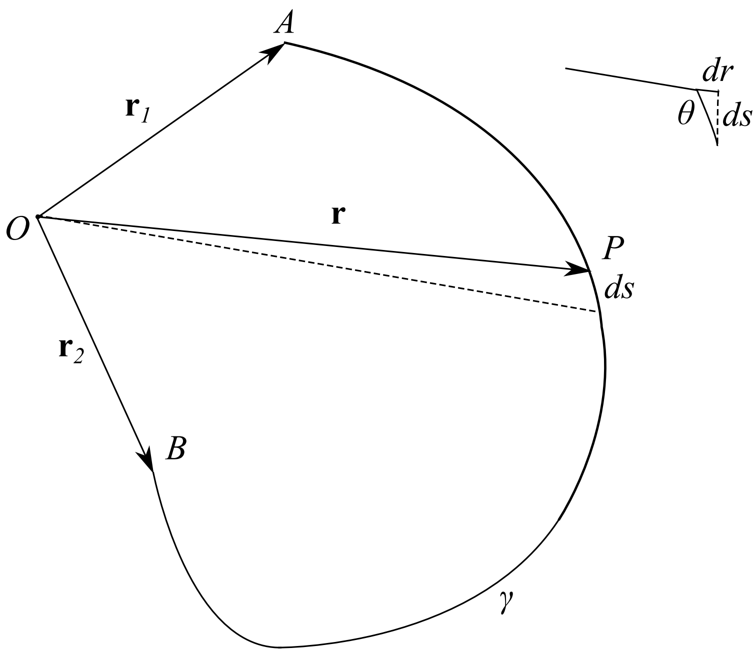

Figura 1: Proposizione 1.

$$L=\int_{\gamma(A,B)}\mathbf{F}\left(r\right)\cdot d\mathbf{s}$$

È preferibile passare al lavoro elementare

$$dL=\mathbf{F}\left(r\right)\cdot d\mathbf{s}=F\left(r\right)ds\cos\theta=F\left(r\right)dr$$

In tal modo possiamo esplicitare l'integrale curvilineo:

$$L=\int_{r_1}^{r_2}F\left(r\right)dr$$

Cioè il lavoro dipende solo dalle coordinate radiali r_1, r_2 degli estremi A e B. ■

Concludiamo questo paragrafo osservando che abbiamo definito la "conservatività" di un campo di forze attraverso l'indipendenza del lavoro del cammino seguito. Ciò implica che il lavoro svolto lungo un *qualunque* percorso chiuso è nullo. Infatti, per un assegnato percorso chiuso γ, comunque prendiamo due punti A e B, sono univocamente definiti gli archi γ_1, γ_2 tali che

$$\gamma=\gamma_1\cup\gamma_2$$

Ne segue

$$L=\oint_{\gamma}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=\int_{\gamma_1(A,B)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}+\int_{\gamma_2(B,A)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$$

Ma

$$\int_{\gamma_2(B,A)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=-\int_{\gamma_2(A,B)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$$

per cui

$$L=0$$

giacché gli integrali

$$\int_{\gamma_1(A,B)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s},\ \int_{\gamma_2(A,B)}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$$

sono uguali in quanto non dipendono dal percorso.

Riferimenti bibliografici

[1] Sette D., 1968. *Lezioni di Fisica. Volume I.* Veschi