Esercizio di Analisi 1

Marcello Colozzo - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

Esercizio 1 *Per quale valore di n è verificata la seguente identità?*

$$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2nx)+\sin(nx)}{\sin[(n+1)x]+\sin x}=\frac{3}{2}} \tag{1}$$

Soluzione.
Innanzitutto calcoliamo il limite a primo membro:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2nx)+\sin(nx)}{\sin[(n+1)x]+\sin x}=\frac{0}{0}$$

Dividiamo numeratore e denominatore per x

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin(2nx)+\sin(nx)}{x}}{\frac{\sin[(n+1)x]+\sin x}{x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin(2nx)}{2nx}\cdot 2n+\frac{\sin(nx)}{nx}\cdot n}{\frac{\sin[(n+1)x]}{(n+1)x}\cdot(n+1)+\frac{\sin x}{x}}=\frac{2n+n}{n+1+1}=\frac{3n}{n+2}$$

Deve essere

$$\frac{3n}{n+2}=\frac{3}{2}\Longrightarrow n=2$$