

## Esercizio di Analisi 1

Marcello Colozzo - (file scaricato da <http://www.extrabyte.info>)**Esempio 1** *Calcolare:*

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{4x - \pi} \quad (1)$$

**Soluzione**Moltiplichiamo numeratore e denominatore per  $(\sin x + \cos x)$ 

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{(4x - \pi)(\sin x + \cos x)} = - \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\overbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}^{=\cos 2x}}{4x - \pi} \cdot \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x) \\ &= - \underbrace{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{4x - \pi}}_{=\lambda_1} \cdot \underbrace{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)}_{=\frac{\sqrt{2}}{2}} \end{aligned}$$

Eseguito in  $\lambda_1$  il cambio di variabile  $t = \frac{\pi}{4} - x$ 

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2t\right) = \sin 2t, \quad 4x - \pi = -4t,$$

per cui

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{2t} = -\frac{1}{2}$$

Conclusione:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}}{4}$$