

Esercizio di Analisi 1

Marcello Colozzo - (file scaricato da <http://www.extrabyte.info>)

Esercizio 1 *Calcolare:*

$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x + \cos x}{\cos x}$$

Soluzione

Metodo 1

Eseguendo il cambio di variabile $t = \frac{\pi}{2} - x$, si ottiene:

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin 3t + \sin t}{\sin t}$$

A questo punto dividiamo numeratore e denominatore per x

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{-\sin 3t + \sin t}{t}}{\frac{\sin t}{t}} = \frac{-3 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{3t} + \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}}{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}} = \frac{-3 \cdot 1 + 1}{1} = -2$$

Metodo 2

Applichiamo le formule di prostaferesi:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

onde

$$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cos x,$$

per cui

$$\lambda = 2 \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos 2x = 2 \cos \pi = -2$$