L'era adronica e l'era leptonica

Marcello Colozzo http://www.extrabyte.info

Nella sezione precedente abbiamo visto che nell'epoca cosmologica corrispondente a $t_{QH} \simeq 10^{-5}\,\mathrm{s}$ l'universo subisce una transizione di fase per cui l'interazione forte si intensifica, confinando i quark negli adroni; precisamente nei mesoni che hanno struttura $q\bar{q}$, e nei barioni che hanno invece struttura qqq. Abbiamo poi visto che tra i mesoni adronicamente stabili troviamo il pione π nei suoi tre stati di carica: π^-, π^0, π^+. Quindi definiamo *era adronica*, l'era cosmologica corrispondente a $t \geq t_{QH}$. Ovviamente in tale periodo oltre agli adroni, troviamo i leptoni e le rispettive antiparticelle.

Quando la temperatura dell'universo scende a valori tali che $k_B T \lesssim 130\,\mathrm{MeV}$, i processi $\gamma\gamma \to \pi^+\pi^-$, $\gamma\gamma \to \pi^0$ non sono più energicamente possibili. Per contrro, risultano attivi i processi inversi:

$$\begin{aligned} \pi^0 &\to \gamma\gamma \\ \pi^+\pi^- &\to \gamma\gamma \end{aligned}$$

che rendono possibile il decadimento del pione.

A T_π ha inizio l'*era leptonica*; il nome deriva dal fatto che ora l'universo è prevalentemente costituito dai leptoni (e^-, ν_e), (μ^-, ν_μ) oltre che da una componente non relativistica di neutroni e protoni. Bisognerebbe tener conto anche dei leptoni τ e η, ma tali particelle sono molto più pesanti dei muoni ($m_\tau \simeq 1784.2\,\mathrm{MeV}$) e pertanto sono già annichilite. Tuttavia, è necessario considerare i neutrini tauonici ν_τ.

Per quanto riguarda il valore del tempo t_π, in cui ha fine l'era adronica, osserviamo che l'era adronica ha una durata molto breve rispetto a quella leptonica. In quest'ultima il gas ultrarelativistico non degenere che schematizza il fluido materia + radiazione è costituito dalle seguenti particelle:

1 **fermioni:** $(e^-, \nu_e), (e^+, \bar{\nu}_e), (\mu^-, \nu_\mu), (\mu^+, \bar{\nu}_\mu), \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$

2 bosoni: γ

La densità di energia del gas è:

$$\rho(T)\,c^2 = g^*(T)\,\frac{\sigma T^4}{2}$$

Dobbiamo esplicitare il peso statistico effettivo del sistema. Precisamente: $g^*(T) = g_B(T) + \frac{7}{8} g_F(T)$ e dobbiamo sommare su tutti i bosoni e i fermioni rispettivamente.

$$g_F(T) = \sum_{k \in F} g_{F_k} = g_{e^-} + g_{e^+} + g_{\mu^-} + g_{\mu^+} + N_v g_\nu = 2 + 2 + 2 + 2 + 3 \cdot 1 = 11$$

In questa formula N_ν è il numero di famiglie neutriniche. Per quanto detto, è $N_\nu = 3$.

$$g_B(T) = \sum_{k \in B} g_{B_k} = g_\gamma = 2$$

Da ciò segue che $g^*(T) = 2 + \frac{7}{8} \cdot 11 = \frac{93}{8} \simeq 11.6$. Come al solito, imponiamo la condizione di adiabacità dell'espansione del gas: $S(T) = \mathrm{const}$, essendo $S = \frac{U+pV}{T}$ la sua entropia. Risulta

$$S(T) = \frac{U + pV}{T} = \frac{\rho c^2 + p}{T} V,$$

ma $p=\frac{1}{3}\rho c^2 \Longrightarrow S(T)=\frac{2}{3}g^*(T)\,\sigma T^3 V=\text{const}$. Supponiamo che esista una temperatura $T_x<T_\pi$ tale che per $T=T_x$ si verifichi l'annichilazione di coppie per particelle di una data specie, (si pensi agli elettroni). In simboli: $\exists\ k_B T_x=m_x c^2 \Longrightarrow x+\bar{x}\to 2\gamma$. Indichiamo con $t_{(-)}$ il generico istante di tempo $t<t_x$ e con $t_{(+)}$ il generico istante $t>t_x$. Se poniamo $T_{(\pm)}=T\left(t_{(\pm)}\right)$, risulta:

$$t_{(+)}>t_{(-)} \Longrightarrow T_{(+)}<T_{(-)}$$

giacché $T(t)$ è decrescente:

$$T(t)=T_P\frac{a_P}{a(t)} \tag{1}$$

Segue.

$$S_{(\pm)}\overset{def}{\equiv}S\left(t_{(\pm)}\right),\quad g^*_{(\pm)}\overset{def}{\equiv}g^*\left(t_{(\pm)}\right)$$
$$S_{(-)}=\frac{2}{3}g^*_{(-)}\sigma T^3_{(-)}V,\ S_{(+)}=\frac{2}{3}g^*_{(+)}\sigma T^3_{(+)}V$$

Deve essere: $\forall T,\ S(T)=\text{const}\iff S_{(-)}=S_{(+)}\iff g^*_{(-)}T^3_{(-)}=g^*_{(+)}T^3_{(+)}$, onde

$$T_{(+)}=\left(\frac{g^*_{(-)}}{g^*_{(+)}}\right)^{\frac{1}{3}}T_{(-)} \tag{2}$$

Dalla (2) risulta $T_{(+)}>T_{(-)}$, poiché è $g^*_{(-)}>g^*_{(+)}$ (a causa della annichilazione delle coppie elettrone-antielettrone), contrariamente all'andamento previsto dalla (1). Quindi, il fenomeno dell'annichilazione di coppie determina un aumento della temperatura dell'universo.