Legge di Flick

Ing. G. Bertucelli - (file scaricato da http://www.extrabyte.info)

1 Legge di Flick

Il trasporto e la dispersione dei neutroni si basano fondamentalmente sul seguente **bilancio neutronico**:

$$\text{produzione} - \text{perdita} - \text{assorbimento} = \frac{\partial n}{\partial t} \tag{1}$$

dove n è la densità neutronica e t è il tempo. In uno stato costante e stazionario si ha:

$$\text{produzione=perdita} + \text{assorbimento} \tag{2}$$

L'equazione fondamentale che esprime il principio di conservazione del numero di neutroni è chiamata **equazione di Boltzmann del trasporto**, simile a quella che si studia nella diffusione dei gas, e nella quale appaiono: velocità del neutrone $= v$, raggio vettore di posizione $= \mathbf{r}$, direzione angolare in 4π radianti $= \Omega$.

Come in tutti i fenomeni di diffusione di molecole di gas o di calore, si mostra che la diffusione tende sempre a muoversi da zone ad alta densità a zone di bassa densità. Un comportamento simile si osserva con la diffusione neutronica: ci sono più collisioni per unità di volume in zone ad alta densità, e dopo la collisione i neutroni si allontano dal centro di collisione.

Se consideriamo un flusso neutronico di energia costante ossia di neutroni monoenergetici, possiamo scrivere la legge fondamentale nello studio della diffusione neutronica: la **legge di Flick**:

$$\mathbf{J} = -D \cdot \text{grad}\, \Phi \tag{3}$$

dove

$$\mathbf{J} = \frac{n \text{ neutroni/unità di tempo}}{\text{unità di area normale alla direzione del flusso}} = \left[\frac{n \text{ neutroni}}{\text{m}^2\,\text{s}}\right]$$
$$\Phi = \text{flusso di neutroni} = \frac{n \text{ neutroni/unità di tempo}}{\text{unità di volume}} = \left[\frac{n \text{ neutroni}}{\text{m}^3\,\text{s}}\right]$$
$$D = \text{coefficiente} = \frac{n \text{ neutroni/}\left(\text{m}^2\,\text{s}\right)}{n \text{ neutroni/}\left(\text{m}^3\,\text{s}\right)} = [\text{m}]$$

Prima di affrontare le equazioni suddette occorre ricordare alcuni argomenti della Fisica Nucleare.

Vita media τ e larghezza del livello Γ (mean lifetime τ and level width Γ)

La grandezza τ è mediamente l'intervallo di tempo durante il quale un nucleo rimane in uno stato eccitato prima di emettere una particella o una radiazione. La grandezza Γ può essere considerata come una indicazione dell'indeterminazione nella conoscenza dell'energia di uno stato quantico.

L'indeterminazione richiama il famoso principio di indeterminazione di Heisenberg per il quale scriveremo

$$\tau\Gamma = \frac{h}{2\pi}, \qquad \text{dove } h = \text{costante di Planck} \tag{4}$$

Il nucleo di un isotopo cambierà il suo stato a causa dell'emissione di un protone, un neutrone, un particella α (nucleo di He), o di una radiazione; per ogni tipo di emissione dunque si definiranno dei tempi τ_i e delle larghezze di livello Γ_i e dunque per ogni stato energetico scriveremo

$$\tau_i \Gamma_i = \frac{h}{2\pi} \Longrightarrow \Gamma = \sum_i \Gamma_i \tag{5}$$

il cui significato fisico è: Γ è proporzionale alla probabilità che il nucleo eccitato o composto, in uno stato energetico, subirà cambiamenti nell'unità di tempo.

Consideriamo una reazione nucleare genericamente rappresentata da

$$a + X \longrightarrow \text{ (nucleo composto) } \longrightarrow Y + b \tag{6}$$

dove: a = particella incidente, X = nucleo bersaglio, Y = nucleo residuo, b = particella emessa

Siano Γ_a e Γ_b le larghezze dei livelli rappresentanti le probabilità di emissione delle particelle a e b. Avremo quindi: $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$. Applicando i metodi della meccanica ondulatoria, Breit e Wigner derivarono un'espressione per le valutazioni delle reazioni nucleari, includendo l'assorbimento per risonanza. I risultati sono espressi in termini di **sezione trasversale nucleare** o **nuclear cross section** denotata con σ. Nota l'equazione di De Broglie, sia λ la lunghezza d'onda equivalente della particella incidente, avente energia interna e cinetica pari a E. Il nucleo composto, in esatta risonanza con il proprio livello quantico, avrà un'energia pari a E_r. Precisamente, la **formula di Breit–Wigner**

$$\sigma \simeq \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \tag{7}$$

Nel caso la particella α fosse un neutrone osserveremo che esso non ha energia interna e dunque la sua energia è solo cinetica, inoltre la sua lunghezza d'onda λ è proporzionale a $1/\sqrt{E}$. Pertanto per un neutrone si ha:

$$\lambda^2 = \frac{k}{\sqrt{E}} \quad \text{e} \quad \Gamma_a = \Gamma_n = \frac{k'}{\sqrt{E}},$$

essendo k, k' costanti. Sostituendo nella (7):

$$\sigma \simeq \frac{k/E}{4\pi} \frac{k'/\sqrt{E}\Gamma_b}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \Longrightarrow \sigma \simeq \frac{A}{\sqrt{E}} \frac{\Gamma_b}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \quad \text{dove } A = \text{costante} \tag{8}$$

Nel caso in cui Γ_b non varia molto con l'energia il valore max della sezione trasversale è (v. fig. 1)

$$\sigma_{\max} \simeq \frac{A}{\sqrt{E_r}} \frac{\Gamma_b}{\frac{1}{4}\Gamma^2}$$

2 Sezione trasversale e suo significato

Consideriamo ora la lastra di fig. 2

N =numero di nuclei bersaglio per ogni cm^3

I =neutroni (cm$^2 \cdot$ s) che interferiscono normalmente sulla superficie della lastra

N_a =atomi/cm^2 della lastra

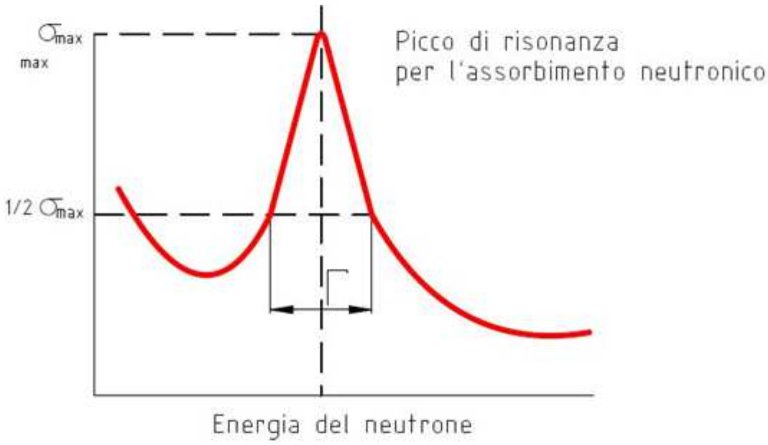

Figura 1: Massimo valore di σ.

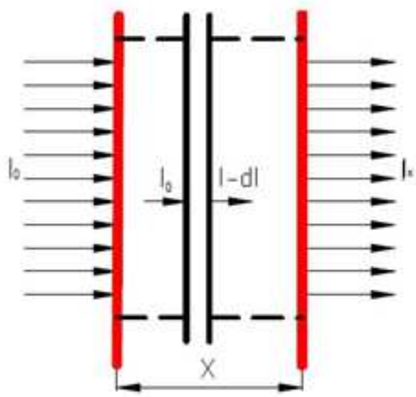

Figura 2: Neutroni attraverso una lastra.

Si definisce **sezione trasversale (cross section)** σ =l'area effettiva per la reazione di ogni nucleo bersaglio

$$\sigma = \frac{C}{N_a I} \tag{9}$$

Osservando la fig. 2

$$-\frac{dI}{I} = N\sigma dx \Longrightarrow I_x = I_0 e^{-N\sigma x} \tag{10}$$

Si chiama **sezione trasversale macroscopica**

$$\Sigma = N\sigma \tag{11}$$

Se il materiale della lastra si compone di diversi elementi avremo

$$\Sigma = N_1\sigma_1 + N_2\sigma_2 + ... + N_i\sigma_i + ... \tag{12}$$

L'unità di misura normalmente utilizzata per le sezioni trasversali è il barn, dove

$$1barn = 10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$$