

Matematica Open Source

$$\frac{d}{dx} f(x) \sum_{k=0}^{+\infty} a_k \int f(x) dx \oint_{\Gamma} (X dx + Y dy + Z dz)$$

Alla disperata ricerca di una verità perduta

Marcello Colozzo



Indice

1	Introduzione	2
1.1	Definizione di teoria	2
1.2	Dominio di validità	2
1.3	Il principio del rasoio di Occam	2
2	Successione di teorie. La Teoria del Tutto	2
3	La nozione di verità. Il falsificazionismo di Karl Popper	4
4	Il Teorema di incompletezza di Gödel	5
	Bibliografia	6

«Noi sentiamo che, anche una volta che tutte le possibili domande scientifiche hanno avuto una risposta, i nostri problemi non sono ancora neppur toccati. Certo allora non resta più domanda alcuna; e appunto questa è la risposta. La risoluzione del problema della vita si scorge allo sparir di esso.»

Ludwig Wittgenstein [1]

Premessa

Questo handbook nasce da un [thread](#) nel [gruppo facebook](#) associato a [Matematica Open Source](#).

1 Introduzione

1.1 Definizione di teoria

Denotiamo con T una teoria fisica, intesa come un insieme di definizioni, proposizioni e teoremi la cui dimostrazione parte da una serie di assiomi e postulati. In questo senso, T può essere in linea di principio considerata come un [sistema formale](#).

1.2 Dominio di validità

Una qualunque teoria T ha un suo *dominio di validità* costituito da tutti e soli gli esperimenti che convalidano T . In simboli:

$$D_T = \{E_i \mid E_i \text{ convalida } T, (i = 1, 2, \dots, p)\} \quad (1)$$

1.3 Il principio del rasoio di Occam

Utilizzando un linguaggio suggestivo ma efficace, possiamo asserire che una teoria T deve soddisfare il *principio di economia*, meglio noto come [principio del rasoio di Occam](#):

Criterio 1 T è realizzata da un *minimale di postulati*, ed è in grado di interpretare il *massimo numero di esperimenti*.

Ad esempio, il modello [modello di universo inflazionario](#) non verifica il predetto principio, in quanto non derivando da principi primi della fisica, è costretto ad introdurre un nuovo campo scalare quantistico, per poter spiegare l'espansione esponenziale.

2 Successione di teorie. La Teoria del Tutto

La conoscenza scientifica si snoda attraverso la formulazione di una successione di teorie:

$$\{T_n\} : T_1, T_2, \dots, T_n, \dots \quad (2)$$

tali che

$$D_{T_k} \subset D_{T_{k'}}, \quad \forall k' > k$$

Ad esempio:

T_1 = meccanica newtoniana

T_2 = meccanica relativistica (i.e. relatività speciale)

È chiaro che $D_{T_1} \subset D_{T_2}$. Inoltre, se v è la velocità di una particella di prova, e c la velocità della luce si ha con ovvio significato dei simboli:

$$\lim_{\frac{v}{c} \rightarrow 0} T_2 = T_1,$$

ovvero la meccanica relativistica tende alla meccanica newtoniana, quando le velocità sono trascurabilmente piccole rispetto alla velocità della luce nel vuoto.

Un altro esempio:

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{teoria della gravitazione newtoniana} \\ T_2 &= \text{Relatività generale} \end{aligned}$$

Se vogliamo lanciare in orbita un satellite, utilizziamo T_1 . Dal momento che $D_{T_2} \supset D_{T_1}$, possiamo utilizzare T_2 per ottenere gli stessi risultati. Ma T_2 ha un costo computazionale molto più elevato, giacché richiede l'integrazione delle **equazioni di Einstein** ovvero di un sistema di 10 **equazioni differenziali alle derivate parziali** nonlineari.

È richiesta inoltre l'autoconsistenza, ovvero la *chiusura logica*:

Criterio 2 Una teoria T_k **logicamente chiusa** se la sua formulazione non richiede la teoria $T_{k' < k}$.

Ad esempio, la meccanica quantistica non è logicamente chiusa, in quanto la sua formulazione richiede la meccanica newtoniana. Più precisamente, nel procedimento di misura di una osservabile quantistica, interviene l'apparato di misura quale sistema macroscopico. Quindi se

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{meccanica newtoniana} \\ T_2 &= \text{meccanica quantistica} \end{aligned}$$

Abbiamo:

$$\lim_{h \rightarrow 0} T_2 = T_1,$$

dove h è la costante di Planck. Tale operazione di passaggio al limite equivale a poter trascurare gli effetti quantistici quando h è trascurabile rispetto alle grandezze (con le dimensioni di una energia \times per un tempo) che caratterizzano il sistema.

Riformuliamo la successione autoconsistente:

$$\{T_n\} : T_1, T_2, \dots, T_n, \dots \mid \begin{cases} D_{T_k} \subset D_{T_{k'}}, & \forall k' > k \\ T_k \text{ verifica il principio di Occam,} & \forall k \in \{1, 2, \dots, +\infty\} \\ T_k \text{ è logicamente chiusa,} & \forall k \in \{1, 2, \dots, +\infty\} \end{cases}$$

Congettura 3 La successione $\{T_n\}$ converge

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = T_*, \tag{3}$$

dove T_* è tale che

$$D_{T_k} \subset D_{T_*}, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, +\infty\}$$

Definizione 4 La teoria T_* dicesi **Teoria del Tutto**.

3 La nozione di verità. Il falsificazionismo di Karl Popper

A questo punto appare chiaro che la nozione di verità è di tipo asintotico. Ma la questione è più articolata... Innanzitutto una qualunque teoria occupa uno dei stati logici True/False, per cui scriviamo:

$$\begin{aligned} T &\doteq 0 \\ T &\doteq 1 \end{aligned} \tag{4}$$

ove 0 e 1 denotano i predetti stati logici (0 False)

Criterio 5 (Falsificazionismo)

Se

$$\exists E_1, E_2, \dots, E_p \mid T \doteq 1 \tag{5}$$

si dice che la teoria T ha una veridicità relativa di ordine p .

Tuttavia, se

$$\exists E_{m \notin \{1, \dots, p\}} \mid T \doteq 0$$

la teoria è falsa. In parole povere, se si eseguono $p \gg 1$ esperimenti e la teoria è confermata, non è detto che T sia vera in qualche ragionevole senso del termine. Infatti, se esiste un solo esperimento che contraddice T , allora T è falsa.

A rigore:

$$T \text{ è assolutamente vera} \iff \exists E_1, E_2, \dots, E_\infty \mid T \doteq 1$$

Cioè bisognerebbe eseguire un numero infinito di esperimenti.

Il falsificazionismo necessita, dunque, della verifica sperimentale. In ciò esibisce una analogia con il **positivismo logico** [2], con la differenza che dobbiamo accontentarci di *verità approssimate*. Infatti, per quanto visto, la nozione di verità è un'operazione di passaggio al limite per $p \rightarrow +\infty$, essendo p il numero di esperimenti eseguiti per la convalida di T . In altri termini, per il falsificazionismo la verifica sperimentale è una condizione necessaria ma non sufficiente per stabilire la nozione di verità¹. Detto in altro modo, la verifica sperimentale può solo distruggere e mai confermare definitivamente una teoria: se l'esecuzione di $p \gg 1$ esperimenti convalida T , non è detto che T sia vera in senso assoluto, giacché è sufficiente l'esecuzione di un solo esperimento in grado di contraddire T per commutare il suo stato logico da True a False.

Inoltre, tale corrente filosofica permette di tracciare una linea di demarcazione tra scienza e non scienza. Più precisamente, una teoria T è scientifica se e solo se è falsificabile ovvero sottoponibile a verifica sperimentale. Ad esempio, per Karl Popper l'astrologia e la psicanalisi non possono essere considerate scientifiche. Tra le teorie fisiche che più hanno trionfato dal punto di vista della verifica sperimentale, ricordiamo la Meccanica quantistica e la Relatività Generale.

¹Nel paradigma del falsificazionismo, la verità è una veridicità di ordine infinito, giacché necessita di infiniti esperimenti.

4 Il Teorema di incompletezza di Gödel

Nell'estate del 1930 il matematico ventiquattrenne Kurt Gödel [2] dimostrò uno strano teorema, secondo il quale in ogni sistema formale esistono proposizioni che non possono essere né dimostrate né confutate.

Tali proposizioni *indecidibili* possono essere dimostrate o confutate, all'interno di un sistema formale che contenga il precedente. Ma questo secondo sistema sarà a sua volta dotato di proposizioni indecidibili.

Per quanto visto in § 1.1 una teoria T può essere – in linea di principio – strutturata come un sistema formale. Ne consegue l'esistenza di proposizioni indecidibili in T . Quindi, comunque prendiamo una successione di teorie (2) ci aspettiamo una *incompletezza* di T_n , per ogni $n \in \{1, 2, \dots, +\infty\}$. Tale incompletezza si conserva nell'operazione di passaggio al limite (3). Ne consegue l'incompletezza di una eventuale teoria del tutto T_* .

Riferimenti bibliografici

- [1] Wittgenstein (1961) *Tractatus logico-philosophicus*. London, Routledge and Kegan Paul.
- [2] Rucker R. (1991) *La mente e l'infinito* Franco Muzzio Editore.