Cilindro

Marcello Colozzo

Definizione 1 *Assegnata una curva regolare γ di rappresentazione parametrica:*

$$x = x(u), \ y = y(u), \ z = z(u), \quad u \in [a, b]$$

e una retta orientata che interseca γ in un punto assegnato, si dice **cilindro** *la superficie generata dalla traslazione di r lungo γ (fig. 1).*

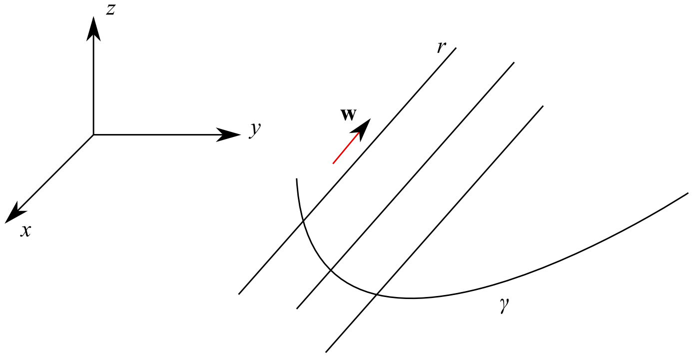

Figura 1: La traslazione di r lungo la curva γ, genera una superficie denominata *cilindro*.

Se $\mathbf{w} = \lambda \mathbf{i} + \mu \mathbf{j} + \nu \mathbf{k}$ è il versore di r, una rappresentazione parametrica di r è

$$x = x_0 + v\lambda, \quad y = y_0 + v\mu, \ z = z_0 + v\nu, \quad v \in \mathbb{R}$$

essendo (x_0, y_0, z_0) le coordinate cartesiane di un assegnato punto della predetta retta. Ne consegue che una rappresentazione parametrica del cilindro $\mathcal{C}$ è

$$x = x(u) + v\lambda, \ y = y(u) + v\mu, \ z = z(u) + v\nu, \quad (u, v) \in [a, b] \times \mathbb{R}$$

Ne consegue che $\mathcal{C}$ è una superficie regolare, in virtù della regolarità di γ. Le rette parallele a r che intersecano γ, sono le *generatrici* del cilindro. Stabiliamo le equazioni delle linee coordinate di un punto $P_0(u_0, v_0)$ preso ad arbitrio su $\mathcal{C}$.

$$\Gamma_{u_0} : x = x(u_0) + v\lambda, \ y = y(u_0) + v\mu, \ z = z(u_0) + v\nu, \ v \in \mathbb{R}$$

che è una retta parallela a r (quindi una generatrice) e passante per P_0.

$$\Gamma_{v_0} : x = x(u) + v_0\lambda, \ y = y(u) + v_0\mu, \ z = z(u) + v\nu, \ v_0 \in \mathbb{R}$$

ossia la curva γ traslata nella direzione di $\mathbf{w}$ e passante per P_0. Consideriamo il caso speciale:

$$\gamma : x = \cos u, \quad y = \sin u, \quad u \in [0, 2\pi],$$

che è una circonferenza del piano coordinato xy di raggio 1 e di centro l'origine. Consideriamo la retta per $(1, 0, 0)$ e parallela all'asse z

$$r : x = 1, \ y = 0, \ z = v\nu, \ \nu \in \mathbb{R}$$

File scaricato da http://www.extrabyte.info

La traslazione di r lungo γ genera il cilindro circolare retto:

$$x = \cos u + 1, \; y = \sin u, \; z = v\nu, \; \forall (u, v) \in [0, 2\pi] \times \mathbb{R}$$

Le linee coordinate per $P_0 (u_0, v_0)$:

$$\Gamma_{u_0} : x = \cos u_0 + 1, \; y = \sin u_0, \; z = v\nu, \; \nu \in \mathbb{R}$$
$$\Gamma_{u_0} : x = \cos u + 1, \; y = \sin u, \; z = v_0\nu, \; u \in [0, 2\pi]$$

File scaricato da http://www.extrabyte.info