

“Somma di variabili”

Esempio 3.23

Si abbiano due variabili x_i ($i=1, 2, \dots, n_1$) e y_j ($j=1, 2, \dots, n_2$) ciascuna avente distribuzione binomiale con probabilità p ad ogni evento.

La variabile somma $r = x_i + y_j$ ha ancora una distribuzione binomiale corrispondente allo stesso valore p della probabilità dell'evento e ad un numero $n_1 + n_2$ di prove.

$$(1) \quad p(i) = \binom{n_1}{i} p^i q^{n_1-i} \quad q(j) = \binom{n_2}{j} p^j q^{n_2-j}$$

$$(2) \quad R(r) = \sum_{i=0}^r p(i) q(r-i) = \sum_{i=0}^r \binom{n_1}{i} p^i q^{n_1-i} \binom{n_2}{r-i} p^{r-i} q^{n_2-r+i} = p^r q^{n_1+n_2-r} \sum_{i=0}^r \binom{n_1}{i} \binom{n_2}{r-i}$$

Per quanto si è già visto in precedenti esercizi si ha

$$(3) \quad \sum_{i=0}^r \binom{n_1}{i} \binom{n_2}{r-i} = \binom{n_1+n_2}{r}$$

e di conseguenza

$$(4) \quad R(j) = \binom{n_1+n_2}{r} p^r q^{n_1+n_2-r}$$

