Spazio metrico degenere

Marcello Colozzo

Per molti fisici i fenomeni di Entanglement Quantistico si riconducono all'universo primordiale. Più precisamente, subito dopo il big-bang le particelle elementari che avrebbero successivamente costituito materia e radiazione, erano "unite" in quanto lo spaziotempo era praticamente ridotto ad un unico punto. Con il successivo processo di espansione, le predette particelle hanno conservato memoria di tale legame primordiale. Ovviamente, ciò è una spiegazione intuitiva dell'Entanglement e come tale non compone una teoria sperimentalmente verificabile. Tuttavia, vale la pena esplorare questa spiegazione cercando un qualche modello matematico che sia in grado di inglobarla. Ad esempio, potremmo congetturare uno spaziotempo o più specificatamente, uno spazio tridimensionale a metrica variabile a causa di un qualche effetto di natura quantistica. In regime newtoniano, la metrica dello spazio 3-dim è espressa dalla metrica:

$$(g_{ik}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

per cui la distanza tra due punti infinitamente vicini si scrive:

$$dl^2 = g_{ik}dx^i dx^k = \left(dx^1\right)^2 + \left(dx^2\right)^2 + \left(dx^3\right)^2 \tag{2}$$

Più in generale, rammentiamo la seguente nozione:

Definizione 1 *Un qualunque insieme X non vuoto, si dice* ***spazio metrico****, se in esso è definito una funzione $\rho(x,y)$ non negativa tale che*

1. ***Non degenerazione***

   $\rho(x,y) = 0 \Longleftrightarrow x = y$

2. ***Simmetria***

   $\rho(x,y) = \rho(y,x)\,, \ \forall x,y \in X$

3. ***Disuguaglianza triangolare***

   $\rho(x,z) \leq \rho(x,y) + \rho(y,z)\,, \ \forall x,y,z \in X$

La funzione $\rho(x,y)$ si dice ***distanza****.*

È chiaro che la metrica euclidea introdotta in precedenza, verifica automaticamente i predetti assiomi. Possiamo generalizzare tale definizione, conservando solo gli assiomi 2 e 3 e contemplando il caso speciale di metrica identicamente nulla:

$$\rho(x,y) = 0, \ \forall x,y \in X$$

che verifica banalmente gli assiomi 2 e 3. Chiamiamo **spazio metrico degenere** un tale spazio. In esso, i punti pur essendo spazialmente separati, hanno distanza nulla. Questa conclusione può suonare strana, poiché siamo intuitivamente portati ad assegnare una distanza non nulla a una coppia siffatta di punti. Ma tutto questo è ereditato dal senso comune. Al contrario, una metrica identicamente nulla potrebbe avere diritto di esistenza in quanto verifica gli assiomi 2 e 3. Da un punto di vista fisico, uno spazio metrico degenere potrebbe descrivere matematicamente il legame primordiale di cui abbiamo parlato prima.