

Appunti di Geometria Analitica - Il piano cartesiano

Marcello Colozzo - <http://www.extrabyte.info>

Prima di introdurre la nozione di riferimento cartesiano nel piano, è necessario fare una premessa. Più precisamente, “partiamo” da una retta qualunque dello spazio ordinario. Come è noto, una retta è un insieme di punti allineati a due punti assegnati e non coincidenti. Assegnare un **riferimento cartesiano** su tale retta, significa innanzitutto *orientare* la retta in un verso che fissiamo ad arbitrio. Poi, scegliamo un punto qualsiasi che chiamiamo **origine** e una unità di misura u . Ciò è illustrato in fig. 1 dove abbiamo denotato con x la nostra retta. Come è noto, in Geometria una retta orientata si dice *asse*; pertanto in questo caso specifico abbiamo l'*asse x*.



Figure 1: Riferimento cartesiano sulla retta orientata (asse) x .

Ora consideriamo un punto P dell'asse x distinto da O . Avendo fissato una unità di misura, possiamo determinare la lunghezza del segmento OP che denotiamo, come è consuetudine, con \overline{OP} . Definiamo **ascissa** del punto P il numero reale il cui valore assoluto è pari a \overline{OP} , mentre il segno è $+$ se P precede O nel verso positivo di x ; viceversa, è $-$ se P segue. In fig. 2 riportiamo il caso in cui l'ascissa di P è positiva, mentre in fig.3 l'ascissa di P è negativa.

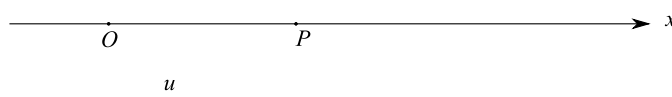


Figure 2: In questo caso, il punto P ha ascissa positiva.



Figure 3: Il punto P ha ascissa negativa.

A questo punto è chiaro che esiste una *corrispondenza biunivoca* tra l'insieme dei punti dell'asse x e l'insieme \mathbb{R} dei numeri reali. In parole povere, ogni punto dell'asse x è univocamente individuato dalla sua ascissa. Quest'ultima viene denotata con il simbolo x che può essere minuto di apici. Ad esempio, possiamo la

notazione $A(x_1)$ si legge: il punto A di ascissa x_1 . Banalmente osserviamo che l'origine ha ascissa nulla.

Così facendo, non abbiamo fatto altro che costruire un **riferimento cartesiano** sulla retta che si indica con $\mathcal{R}(Ox)$. Dopo questa necessaria premessa, passiamo al cosiddetto *piano cartesiano* o meglio, piano dotato di un riferimento cartesiano. Prendiamo due rette orientate non parallele appartenenti a un piano α dello spazio ordinario. Denotiamo con x e y tali rette. È chiaro che possiamo costruire su ciascuna di esse due riferimenti cartesiani $\mathcal{R}(Ox)$ e $\mathcal{R}(O'y)$ i quali permettono di individuare tutti e soli i punti di singolo asse. Si pone però il problema di poter individuare con un procedimento simile, la posizione di un punto qualunque del piano, come ad esempio il punto P di fig.4. Possiamo allora provare a tracciare da P due semirette parallele a x e y rispettivamente. Tali semirette intersecano l'asse x nel punto P' e l'asse y nel punto P'' . A questo punto possiamo determinare le ascisse dei punti P' e P'' .

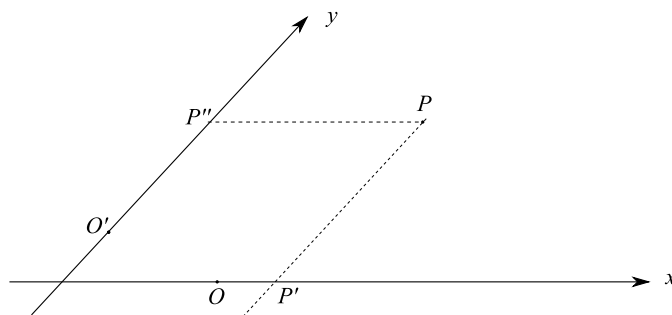


Figure 4: Determinazione della posizione di P .

Il procedimento appena visto può essere perfezionato nel seguente modo: anziché considerare due origini O e O' , la prima per l'asse x e la seconda per l'asse y , è preferibile assumere una origine comune: il punto di intersezione di x con y come indicato in fig. 5. In questa maniera, il punto P del piano è univocamente determinato dalle ascissa di P' su x e dalla scissa di P' su y . La prima si dice **ascissa** di P e si indica con x , mentre la seconda **ordinata di P** e si indica con y . Scriviamo: $P(x, y)$ e si legge: il punto P ha coordinate cartesiane x e y . A questo punto abbiamo costruito un **riferimento cartesiano del piano** che si indica con $\mathcal{R}(Oxy)$. Tale riferimento si dirà **monometrico** se le unità di misura sui due assi (che si dicono assi coordinati o cartesiani) sono le stesse.

Nella maggior parte dei casi, gli assi x e y sono ortogonali come illustrato in fig. e il corrispondente riferimento è detto **ortogonale**. Più in generale, ci si riferisce quasi sempre a un **riferimento cartesiano monometrico ortogonale**.

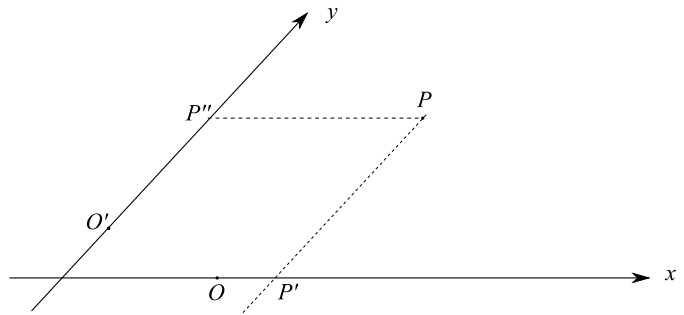


Figure 5: Riferimento cartesiano del piano.

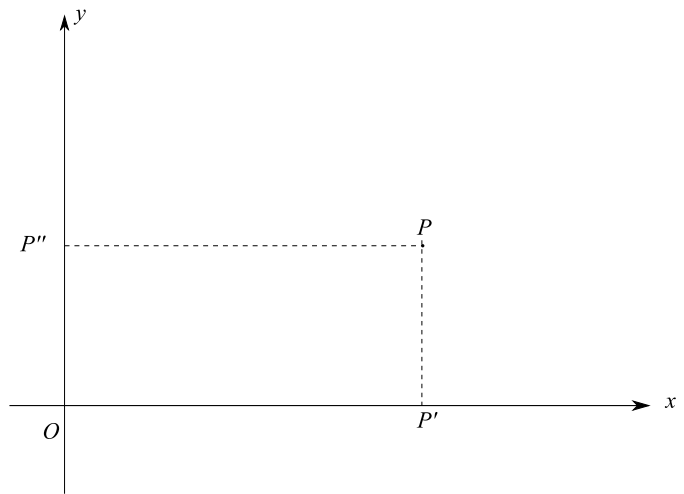


Figure 6: Riferimento cartesiano monometrico ortogonale.