Legge di distribuzione dei numeri primi

Marcello Colozzo – http://www.extrabyte.info

Uno dei miei contatti di facebook ha trovato l'espressione elementare di una successione $\{y_n\}_{n\in\mathbb{N}-\{0\}}$ di elementi di $\mathbb{Q}$ (insieme dei razionali):

$$y_n = \frac{n!}{n^2} \tag{1}$$

Se per un dato intero positivo n, il valore assunto dal termine n-esimo, cioè y_n è a sua volta un intero, allora n non è primo. Viceversa, se è una frazione, allora n è numero primo. Ciò ha tutte le sembianze di un test di primalità, e non di una definizione di numero primo. Infatti, più rigorosamente:

Definizione 1 *$n \in \mathbb{N}$ è primo* $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ *n è divisibile per 1 e per n*

Condizione 2 *$n \in \mathbb{N}$ è primo* $\overset{IFF}{\Longleftrightarrow} \frac{n!}{n^2} \in \mathbb{Q} - \mathbb{N}$

Ci sarebbe poi un legame tra l'esponente 2 a secondo membro della (1) e l'equazione della retta critica $x = 2^{-1}$ dove si distribuiscono gli zeri non banali della funzione zeta di Riemann. Precisamente, della parte reale valutata lungo la predetta retta, quest'ultima graficata in fig. 1:

$$y_n = \frac{n!}{n^2} \overset{?}{\longleftrightarrow} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(y\ln n)}{n^{1/2}} = \mathrm{Re}\,\zeta\left(\frac{1}{2} + iy\right), \quad \forall y \in (-\infty, +\infty) \tag{2}$$

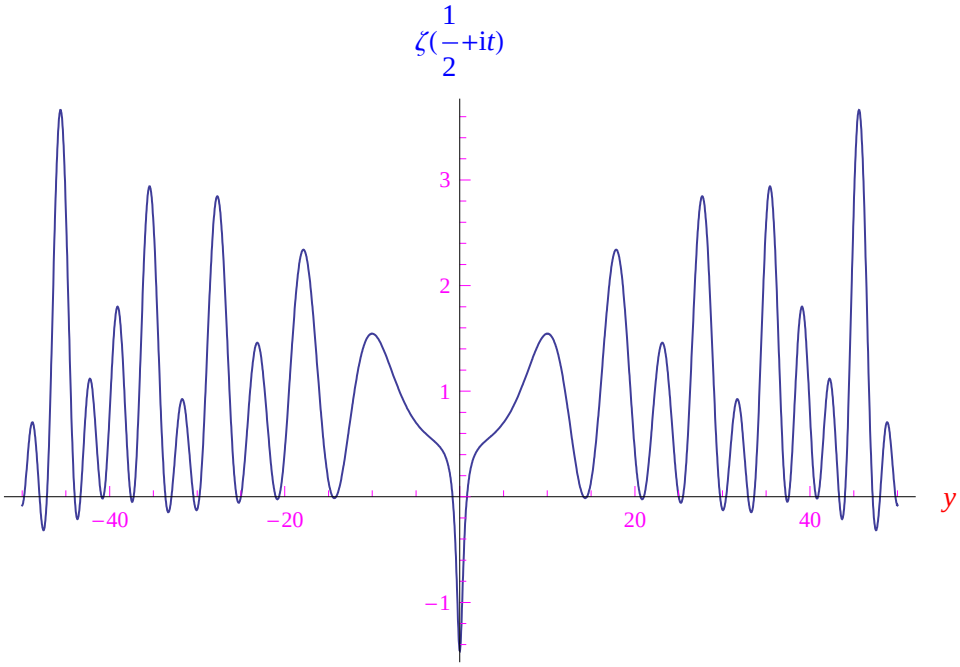

Figura 1: Grafico di $\mathrm{Re}\,\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)$.