La funzione potenza di esponente reale negativo

Marcello Colozzo - http://www.extrabyte.info

Riscriviamo l'equazione vista nella lezione precedente

$$f(x) = \frac{1}{x^{|\lambda|}} \tag{1}$$

Per quanto precede, l'insieme di definizione di f è $(0, +\infty)$ se λ è irrazionale o razionale ($\lambda = -\frac{m}{n}$) con n pari; è $\mathbb{R} - \{0\}$ se $\lambda = -\frac{m}{n}$ con n dispari. Dalla (1) vediamo che la funzione potenza di esponente reale negativo è la reciproca della funzione potenza di esponente reale positivo x^α, dove $\alpha = |\lambda|$.

Per $\lambda \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ abbiamo l'andamento riportato in fig. 1.

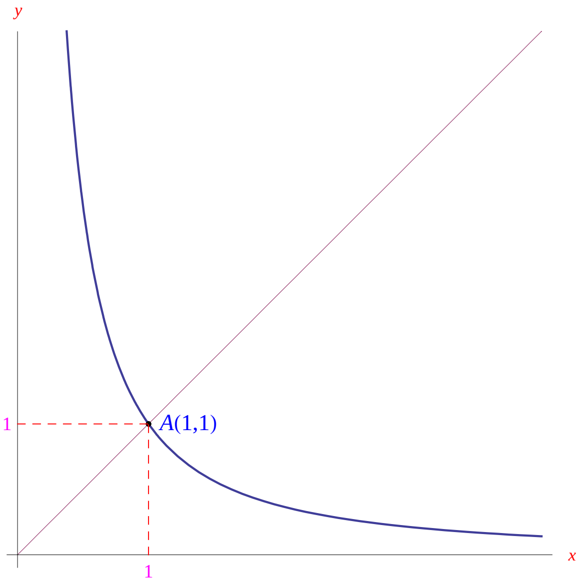

Figura 1: Grafico della funzione di esponente irrazionale negativo.

Per $\lambda \in \mathbb{Q}$, cioè $\lambda = -\frac{m}{n}$ con n dispari, dobbiamo distinguere i due casi: m pari, m dispari. Nel primo caso la funzione è pari e il suo grafico è riportato in fig. 2.

Nel secondo caso, cioè m dispari, abbiamo l'andamento riportato in fig. 3.

Nel caso particolare $n = 1$ abbiamo la funzione potenza di esponente intero negativo $f(x) = x^{-m} = \frac{1}{x^m}$.

Definizione 1 *Dicesi iperbole equilatera il grafico della funzione potenza di esponente* -1*, cioè il luogo geometrico di equazione:*

$$y = \frac{1}{x}$$

riportato in fig. 4.

La fig. 5 riassume i casi esaminati.

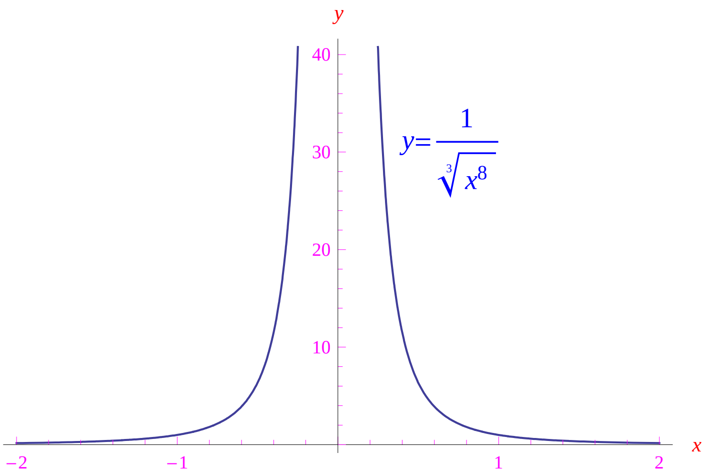

Figura 2: Grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$ con n dispari e m pari.

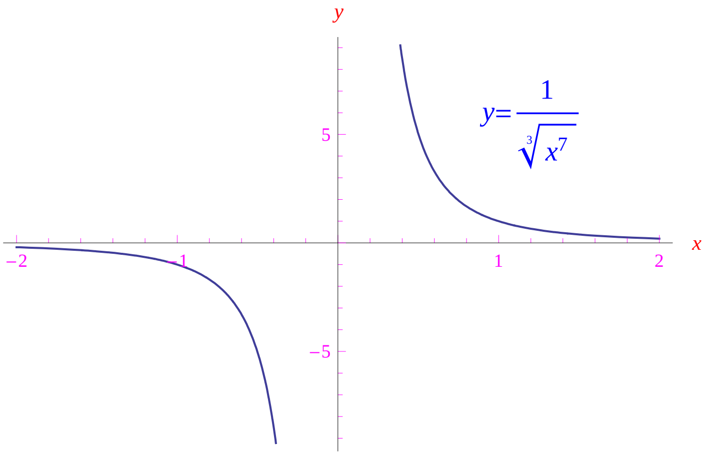

Figura 3: Grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$ con n dispari e m dispari.

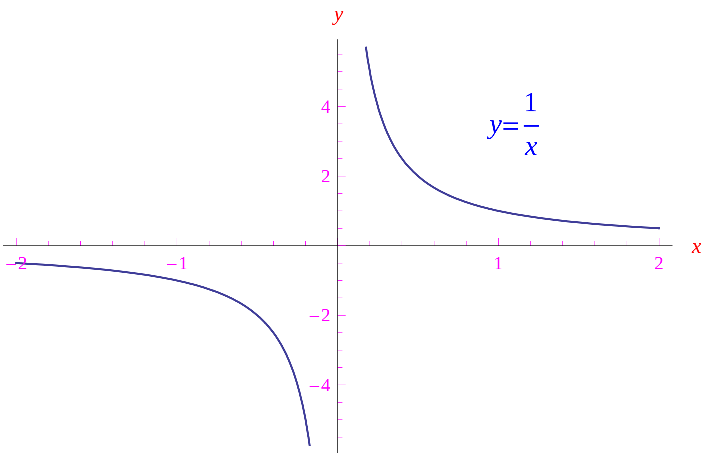

Figura 4: Iperbole equilatera

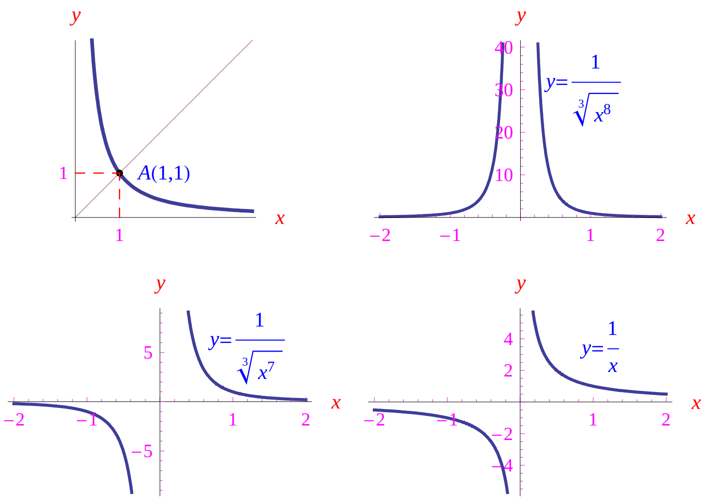

Figura 5: Alcuni grafici significativi