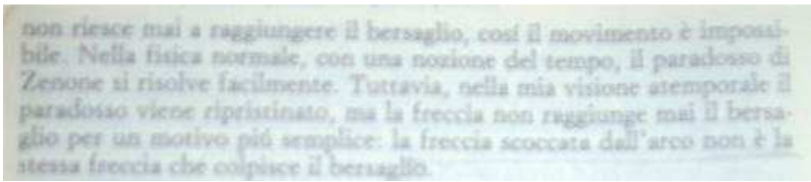
Enunciati Zen e Platonia

Marcello Colozzo – http://www.extrabyte.info

La fig. 1 riporta un brano tratto dal libro La fine del tempo del fisico Julian Barbour, mentre in fig. 2 abbiamo uno screenshot di una delle puntate della serie televisiva *La freccia nera.*

Nel video $\mathcal{D}_a$ (donna-arciere) dice a M (Marco):

$$\textit{devi essere tutt'uno con il tuo bersaglio} \tag{1}$$



non riesce mai a raggiungere il bersaglio, così il movimento è impossibile. Nella fisica normale, con una nozione del tempo, il paradosso di Zenone si risolve facilmente. Tuttavia, nella mia visione atemporale il paradosso viene ripristinato, ma la freccia non raggiunge mai il bersaglio per un motivo più semplice: la freccia scoccata dall'arco non è la stessa freccia che colpisce il bersaglio.

Figura 1: Brano tratto da libro di Barbour (pag. 46).

Figura 2: Scena tratta dal film *La freccia nera.*

La (1) corrisponde all'enunciato:

$$M \text{ colpisce il bersaglio } B \Longleftrightarrow M \equiv B \tag{2}$$

che è manifestamente assurdo, giacché $M \in \mathbb{V}^4 \setminus \{B\}$, essendo $\mathbb{V}^4$ una qualche varietà differenziabile[1] che rappresenta lo spaziotempo. In altre parole, M e B sono separati sia nello spazio che nel tempo. D'altra parte, secondo la meccanica classica l'arciere vede un'*unica* freccia che partendo nell'istante $t = 0$ colpisce il bersaglio B al tempo t_B, dato da:

$$t_B = \frac{d}{v}, \tag{3}$$

dove d è la distanza tra M e B, mentre v è la velocità (costante) della freccia. Si noti che stiamo trascurando sia la gravità che la resistenza dell'aria.

[1] con metrica euclidea (caso newtoniano), pseudoeuclidea (caso relativistico), pseudoriemanniana (relatività generale).

Qui il tempo è una variabile continua: $t \in [0, t_B]$ e ci consente di scrivere l'equazione oraria del moto del centro di massa della freccia in un sistema di ascisse su un asse x orientato in direzione e verso del moto:

$$x(t) = vt, \quad \forall t \in [0, t_B], \tag{4}$$

graficata in fig. 3.

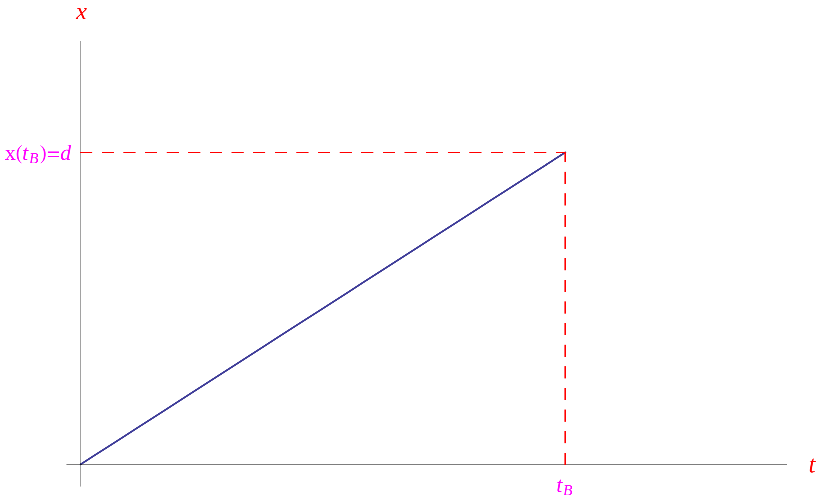


Figura 3: Diagramma orario del centro di massa della freccia, trascurando la gravità e la resistenza dell'aria. Il moto è rettilineo ed uniforme. Il centro di massa parte a $t = 0$ e raggiunge il bersaglio B, distante d, all'istante t_B.

Secondo Barbour, invece, non esiste una sola freccia (fig. 1) ma N frecce, ciascuna per ogni istante di tempo t. Per quanto precede, quest'ultima è una variabile continua per cui l'insieme delle frecce di Barbour è infinito con la potenza del continuo. Tuttavia, secondo alcune teorie che tentano l'unificazione delle quattro interazioni fondamentali, il tempo è quantizzato. Matematicamente, ciò si esprime eseguendo un campionamento discreto dell'intervallo $[0, t_B]$:

$$t_k = k\Delta, \quad k = 0, 1, 2, ..., N, \tag{5}$$

dove $\Delta > 0$ definisce l'intervallo di campionamento, e si identifica con il tempo di Planck (fig. 4). In tal modo il numero di frecce è

$$N = \left[\frac{d}{\Delta} \right], \tag{6}$$

dove $[\cdot]$ definisce la parte intera.

Ricapitolando: nello spaziotempo $\mathbb{V}^4$ esiste una ed una sola freccia che si sposta secondo la legge oraria (4) ove t è una variabile continua. In platonia invece, esistono N frecce, ciascuna corrispondente a un istante t_k del campionamento discreto (5). La quantizzazione di t suggerisce che platonia sia un insieme Π di punti che può essere munito della *topologia discreta*:

$$\Theta_d = \mathcal{P}(\Pi), \tag{7}$$

essendo $\mathcal{P}(\Pi)$ l'insieme delle parti di Π. Intuitivamente, in platonia non esiste una metrica per cui non ha senso parlare di "distanza" tra la freccia k-*esima* e la freccia k'-*esima*.

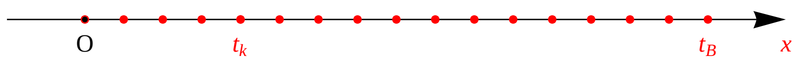


Figura 4: Campionamento discreto dell'intervallo di tempo $[0, t_B]$.