

Equazioni differenziali ordinarie

Soluzioni in forma implicita

Marcello Colozzo

(*opzioni grafiche*)

```
In[1]:= SetOptions[
  {
    Plot, ParametricPlot3D
  },
  TicksStyle -> Directive[
    Hue[5 / 6],
    8
  ]
];
```

L'integrale generale della seguente equazione si ricava facilmente procedendo per separazione di variabili. Tuttavia, l'espressione analitica è data in forma implicita:

$\frac{x^2}{2} + x - \frac{y^5}{5} - y = C$, essendo C una costante di integrazione. Se proviamo ad integrarla con *Mathematica*:

```
In[2]:= ode = y' [x] ==  $\frac{x + 1}{y[x]^4 + 1}$ ;
```

```
In[3]:= intgen = DSolve[
  ode,
  y[x],
  x
];
```

```
Out[3]= {{Y[x] -> Root[-10 x - 5 x^2 - 10 C[1] + 10 #1 + 2 #1^5 &, 1]},
  {Y[x] -> Root[-10 x - 5 x^2 - 10 C[1] + 10 #1 + 2 #1^5 &, 2]},
  {Y[x] -> Root[-10 x - 5 x^2 - 10 C[1] + 10 #1 + 2 #1^5 &, 3]},
  {Y[x] -> Root[-10 x - 5 x^2 - 10 C[1] + 10 #1 + 2 #1^5 &, 4]},
  {Y[x] -> Root[-10 x - 5 x^2 - 10 C[1] + 10 #1 + 2 #1^5 &, 5]}}
```

Come c'era da aspettarsi, *Mathematica* non fornisce l'espressione analitica. Proviamo a plottare un integrale particolare soluzione del seguente problema ai valori iniziali:

```
In[4]:= ini = {y[0] == 1};
```

```
In[5]:= sol = DSolve[
  {
    ode,
    ini
  },
  y[x],
  x
]
```

DSolve::bvnul :

For some branches of the general solution, the given boundary conditions lead to an empty solution. >>

DSolve::bvnul :

For some branches of the general solution, the given boundary conditions lead to an empty solution. >>

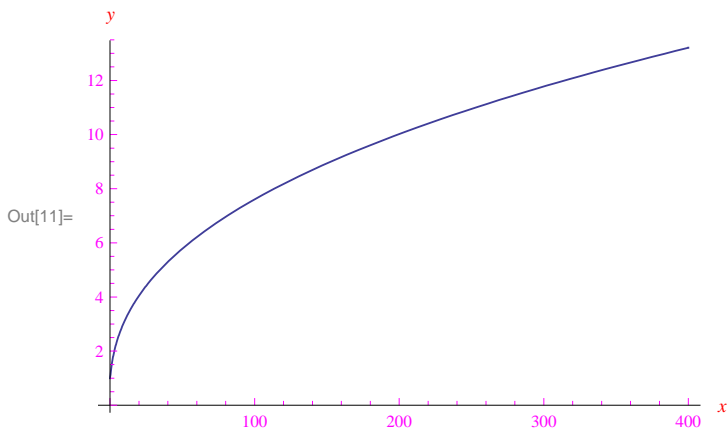
DSolve::bvnul :

For some branches of the general solution, the given boundary conditions lead to an empty solution. >>

General::stop : Further output of DSolve::bvnul will be suppressed during this calculation. >>

```
Out[5]= {{Y[x] -> Root[-12 - 10 x - 5 x^2 + 10 #1 + 2 #1^5 &, 1]}}
```

```
In[11]:= Plot[
  y[x] /. sol[[1]],
  {x, 0, 400},
  PlotStyle -> Thickness[0.003],
  AxesLabel ->
  {
    Style["x", Small, Red, Italic],
    Style["y", Small, Red, Italic]
  }
]
```



Confrontiamo con la soluzione ottenuta per via numerica.

```
In[7]:= Clear[sol]
```

```
In[8]:= sol = NDSolve[
  {
    ode,
    ini
  },
  y,
  {x, 0, 400}
]
```

```
Out[8]= {{y -> InterpolatingFunction[{{0., 400.}}, <>]}}
```

```
In[9]:= Plot[
  y[x] /. sol[[1]],
  {x, 0, 400},
  PlotStyle -> Thickness[0.0025],
  AxesLabel ->
  {
    Style["x", Small, Red, Italic],
    Style["y", Small, Red, Italic]
  }
]
```

