CONGETTURA DI GOLDBACH

La congettura di Goldbach afferma che “**ogni numero pari maggiore di 2 è esprimibile come somma di due numeri primi”**

Questa congettura è **VERA** se ci sono condizioni SUFFICIENTI per esprimere la somma s e il prodotto d in funzione della semidifferenza t dei due addendi primi w e v.

Osserviamo,dunque, alcune proprietà generali sulla somma.

PROPRIETA’ DELLE SOMME

<u>Lemma 1</u> Siano w,v numeri naturali con w>1 e v>1.
Siano A e B due numeri razionali tali che w=A/2 e v=B/2 con A>2 , B>2 e con A≥B.
Posto s=w+v=(A+B)/2 , t=(w-v)/2=(A-B)/4 e d=wv=(AB)/4 si ha che $s=2*sqrt(d+t^2)$

Dimostrazione

Si nota che $d+t^2=(AB)/4+(A-B)^2/16=[4AB+A^2+B^2-2AB]/16=$
$=[A^2+B^2+2AB]/16=(A+B)^2/16=[(A+B)/4]^2=(s/2)^2$.

Pertanto si ha $d+t^2=(s/2)^2$da cui $s=2*sqrt(d+t^2)$

Verifica:

Sia A+B=2s e A-B=4t

Si ha che B=[2s-4t]/2=s-2t.Di conseguenza A=B+4t=s+2t.

Quindi $d=(AB)/4=[(s+2t)(s-2t)]/4=[s^2-4t^2]/4$

Pertanto $s^2=4d+4t^2 \Leftrightarrow (s/2)^2=(d+t^2)$ da cui $s=2*sqrt(d+t^2)$ CVD

<u>Lemma 2</u> Siano w,v,P,Q numeri naturali tali che w=2P+1 e v=2Q+1 con P>0 , Q>0 e con P>Q. Posto s=v+w=2(P+Q+1) , t=(w-v)/2=P-Q e d=4PQ+2P+2Q+1 si ha che $s=2*sqrt(d+t^2)$ per ogni P,Q .

Dimostrazione

Posto d=4PQ+2P+2Q+1 e t=P-Q risulta che

$d+t^2=4PQ+2P+2Q+1+(P-Q)^2=$
$=4PQ+2P+2Q+1+P^2+Q^2-2PQ=P^2+Q^2+1+2P+2Q +2PQ=$
$=(P+Q+1)^2=(s/2)^2$.Pertanto si ha $d+t^2=(s/2)^2$ da cui $s=2*sqrt(d+t^2)$

Verifica:

Sia P+Q=(s-2)/2 e P-Q=t

Si ha che Q=[(s-2)/2-t]/2=(s-2-2t)/4.Di conseguenza P=Q+t=(s-2+2t)/4.

Quindi $d=4PQ+2P+2Q+1=4[(s-2+2t)/4][(s-2-2t)/4]+2[(s-2)/2]+1=(s^2-4t^2)/4$

Pertanto $d=(s^2-4t^2)/4 \Leftrightarrow (s/2)^2=(d+t^2)$ da cui $s=2*sqrt(d+t^2)$ CVD

PROPRIETA' DELLA SOTTRAZIONE DEI TERMINI DI UNA PROGRESSIONE GEOMETRICA con NUMERI PRIMI DISPARI

<u>Teorema 1</u> Sia p numero primo con p>2
Siano r,i numeri naturali con r>i e con i≥0
Siano considerata la progressione geometrica di primo termine $a_0=p$ e ragione q.
Allora la successione di termine generale $c_i=a_r-a_i$ per r=i+1 è progressione geometrica di termine generale $c_i=a_0(q-1)q^i$ con i≥0 con il primo termine $c_0=a_0(q-1)$ e ragione q

Dimostrazione
Sia r=i+1. La progressione geometrica **di primo termine $a_0=p$ e ragione q** è del tipo **$a_r=a_i\,q^{r-i}$** .Infatti per i=0 si ha che **$a_1=a_0\,q=pq$** ; per i=1 si ha **$a_2=a_1\,q=pq^2$;** per i=2 si ha **$a_3=a_2\,q=pq^3$** e cosi via fino ad esaurimento dei termini a_i
per r=i+1 si ha che **$a_r=a_i\,q^{r-i} \Leftrightarrow a_{i+1}=a_i\,q$ per ogni i≥0**
Posto **$c_i=a_{i+1}-a_i$** si ha che:
$c_0=a_1-a_0=a_0(q-1)$,$c_1=a_2-a_1=a_1(q-1)= a_0\,q(q-1)$, $c_2=a_3-a_2=a_2(q-1)=a_1q(q-1)=pq^2(q-1)$ e cosi via fino ad esaurimento dei termini a_i
Quindi **$c_i=a_0(q-1)q^i$** Pertanto **(c_{i+1}/c_i)**=**$[a_0(q-1)q^{i+1}]/ [a_0(q-1)q^i]=q$ CVD**

MODELLI MATEMATICI EMPIRICI
PER LA RISOLUZIONE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH
(secondo DAVIDE MANGHISI)

Definizione 1 Si definisce Modello Matematico la costruzione di un modello legate da leggi matematiche, a cui segue poi una fase di analisi e implementazione numerica e un confronto dei risultati ottenuti in via sperimentale.
Consideriamo i seguenti modelli matematici.

MODELLO MATEMATICO 1
PROGRESSIONE GEOMETRICA MANGHISIANA

Lemma 3 **(PRIMO DATO NASCOSTO della CONGETTURA DI GOLDBACH)**
Siano k e z due numeri naturali tali che z=k-2 per ogni k>2.
Sia p numero primo con p≥2.Sia $\Psi = p^z - p^{z-1} > 0$ per ogni z>0
Sia i numero naturale con i≥0 tale che $a_0 = p^{k-3}$ e $a_{i+1} = p * a_i$ per ogni i≥0
Sia considerata la progressione geometrica di termine $c_i = a_0(p-1)p^i$ per ogni i≥0.
Allora $c_0 = p^z - p^{z-1}$ per ogni z>0

Dimostrazione
Se z=k-2 allora k>2.Se i=0 allora $a_0 = p^{k-3}$ e $a_1 = (a_0 p) = p^{k-2}$
Per il Teorema 1 si ha la tesi perché:
$c_0 = a_1 - a_0 = p^{k-2} - p^{k-3} = p^{k-3}(p-1) = p^{z-1}(p-1) = p^z - p^{z-1} = c_i$ per i=0 CVD
Osservazione
a) Se z=0 e p=1 si ha che $\Psi = 1-(1/p) = (p-1)/p = 0$ che non è accettabile per ipotesi;
b) Se z=0 e p>1 si ha che $\Psi = 1-(1/p) = (p-1)/p$ è un numero razionale per ogni p>1 perché (1/p) < 1;
c) Se z=n e p>1 si ha per n≥1 che $\Psi = p^n - p^{n-1} = p^{n-1}(p-1)$ è un numero naturale.

Pertanto,la condizione z>0 e la condizione p>1 rendono Ψ>0

Teorema 2(SECONDO DATO NASCOSTO della CONGETTURA di GOLDBACH)
Siano w e v due numeri primi dispari con w>1,v>1 e con w>v
Siano z e I numeri naturali con z>0 e con I≥0.
Siano s,d numeri naturali tali che s=w+v e d=wv.
Sia U numero naturale non nullo tale che U=d+1-s
Siano considerate le seguenti successioni:

1) $A_0= v^{z-1}$, $A_1= v^z$,$A_2= v^{z+1}$, $A_3= v^{z+2}$
2) $B_0= w^{z-1}$, $B_1= w^z$,$B_2= w^{z+1}$, $B_3= w^{z+2}$
3) $C_0= A_1-A_0$, $C_1= A_2-A_1$, $C_2= A_3-A_2$
4) $G_0= B_1-B_0$, $G_1= B_2-B_1$, $G_2= B_3-B_2$

Allora la successione $M_0=C_0* G_0$, $M_1=C_1* G_1$, $M_2=C_2* G_2$ è PROGRESSIONE GEOMETRICA MANGHISIANA con legge di formazione
$M_0= U d^{z-1}$, $M_l=U d^{l+1}$ dove U è il SECONDO DATO NASCOSTO della CONGETTURA di GOLDBACH

DIMOSTRAZIONE

a) La successione 1 è progressione geometrica di primo termine v^{z-1} e ragione v;
b) La successione 2 è progressione geometrica di primo termine w^{z-1} e ragione w;

Essendo la successione 1 del tipo a,av,av^2,av^3 con a= v^{z-1} e la successione 2 del tipo b,bw,bw^2,bw^3 con b= w^{z-1}, si ha per il Teorema 1 che:

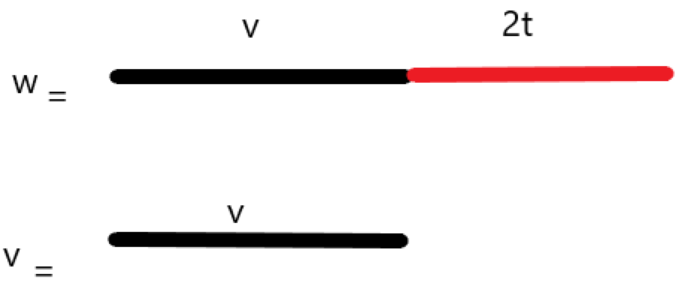
c) la successione 3 composta dai termini av-a,av^2-av, av^3-av^2 è una progressione geometrica con termine generale $C_l= a(v-1)v^l$ per I=0,1,2;
d) la successione 4 composta dai termini bw-b,bw^2-bw, bw^3-bw^2 è una progressione geometrica con termine generale $G_l= b(w-1)w^l$ per I=0,1,2;

Inoltre,il termine C_0 e il termine G_0 verificano il Lemma 3 .
Pertanto i termini $M_l=C_l*G_l= a(v-1)v^l * b(w-1)w^l$ per I=0,1,2 formano una PROGRESSIONE GEOMETRICA di primo termine M_0=abU con ab=d^{z-1} avente ragione d. CVD

MODELLO MATEMATICO 2
LEGGE MANGHISIANA PER I <u>SEMIPRIMI QUADRATI</u>

<u>Teorema 3</u> Sia $v=p$ e $w=d/p$ con p numero primo arbitrario e $p\geq 2$.
Sia $w\geq v$
Siano s,d due numeri naturali tali che $s=w+v$ e $d=wv$ con $s\geq 4$ e con $d\geq 4$
con d semiprimo quadrato.
Sia t numero naturale non nullo tale che $t=(w-v)/2$
Sia U numero naturale non nullo tale che $U=d+1-s$
Sia $M=4(U+s)$ e sia $\delta=(4U+3s)/2\geq 0$
Sia $\Upsilon=p(4\delta)>0$
Siano z e l numeri naturali con $z>0$ e con $l\geq 0$.
Siano considerate le seguenti successioni:
<u>successione 5</u> $A_0= v^{z-1}$, $A_1= v^z$, $A_2= v^{z+1}$, $A_3= v^{z+2}$;
<u>successione 6</u> $D_l=4s^2\delta\, A_{l+1} - \Upsilon s^2A_l$
Dove la successione 6 ,definita per ricorrenza utilizzando i termini della progressione geometrica definita nella successione 5, è la LEGGE MANGHISIANA per i SEMIPRIMI QUADRATI
Allora:
1-Se $t=0$ e $s=(d+p^2)/p$ allora esiste Υ numero naturale con $0<\Upsilon<s(4\delta)$ tale che la funzione $G(x)= \Upsilon+sx+\{s[\Upsilon/(4\delta)]^2\}/x$ definita nell'intervallo $0<x<s$ ammette minimo $MIN(p;p(2M))$ per $d\geq [p(p-4)]/(4p-1)$ con $p\geq 2$
2-Posto $D_0=0$ e $z=2$ esiste $F(x)= 4s^2\delta x^2-\Upsilon s^2x$ definita nell'intervallo $0<x<s$ tale che per $H(x)= [4s^2\delta+s^3]x^2+ s^3 \{[\Upsilon/(4\delta)]^2\}$ si ha che $G(x)=[H(x)-F(x)]/ (s^2 x)$

Dimostrazione
Osservare attentamente il seguente grafico:



$s=w+v$

$v=(s-2t)/2$

$w=v+2t=(s+2t)/2$

PRIMO PUNTO

Siano $w=A/2$ e $v=B/2$ .Essendo $w=d/p$ e $v=p$ con $w\geq v$ si ha che $A=(2d)/p$ e $B=2p$

Posto $\mathbf{t=(A-B)/4=(d-p^2)/(2p)}$ nel <u>Lemma 1</u> si ha che $t^2=(s^2-4d)/4$

Sostituendo $\mathbf{d=p^2+2pt}$ dentro $t^2=(s^2-4d)/4$ si ha che $\mathbf{s=2p+2t}$

Calcolando il valore di $\boldsymbol{\delta=(4U+3s)/2=(M-s)/2}$ si ha che

$\delta=[4(d+1)-(d+p^2)/p]/2=\mathbf{[d(4p-1)-p(p-4)]/(2p)}$

Posto $\Upsilon\mathbf{=p(4\delta)>0}$ è possibile considerare la funzione $\mathbf{G(x)=\Upsilon+sx+\{s[\Upsilon/(4\delta)]^2\}/x}$ **definita nell'intervallo** $\mathbf{0<x<s}$

La funzione $G(x)$ è del tipo $G(x)=c+ax+(b/x)$ e ammette derivata prima $G'(x)=a-(b/x^2)$

Essendo $a=\mathbf{s>0}$ e $b=\mathbf{s[\Upsilon/(4\delta)]^2>0}$ si ha che $g'(x)\geq 0$ se $x\leq -\mathrm{sqrt}(b/a)$ oppure $x\geq \mathrm{sqrt}(b/a)$

Quindi per $x=\mathrm{sqrt}(b/a)=\mathbf{\Upsilon/(4\delta)}$ la funzione $G(x)$ ammette minimo.

Essendo $\mathbf{x=\Upsilon/(4\delta)=p}$ si ha che

$\mathbf{G(p)=p(4\delta)+sp+[sp^2]/p=4p\delta+2sp=2p(s+2\delta)=2p*(M)=[(s+2\delta)\Upsilon]/(2\delta)}$

Quindi il minimo è $\mathbf{MIN(p,p(2M))\Leftrightarrow MIN(\Upsilon/(4\delta);[(s+2\delta)\Upsilon]/(2\delta))}$

Essendo d semiprimo quadrato si ha che per $w=v$ risulta $U=\Psi-(p-1)$ con Ψ il valore calcolato nel <u>Lemma 3</u> per $z=2$.

Di conseguenza si ha che $\mathbf{U=d+1-s}=p^2+1-2p=(p-1)^2=\mathbf{[(\delta+p)/2]-2p}$

$\Leftrightarrow\boldsymbol{\delta}=2U+3p=2U+(3s/2)=\mathbf{(4U+3s)/2}$ per $\mathbf{d=p^2}$ **CVD**

SECONDO PUNTO

Sia $\Upsilon\mathbf{=p(4\delta)\Leftrightarrow\Upsilon s=sp(4\delta)\Leftrightarrow\Upsilon s/2=sp(2\delta)\Leftrightarrow[\Upsilon s+2sp]/2=sp(2\delta+1)}$

Essendo $\mathbf{(2\delta+1)^2-4\delta^2=4\delta+1}$ **per ogni** $\boldsymbol{\delta\geq 0}$ si ha che:

$\mathbf{s^2p^2(4\delta+1)}=s^2p^2[(2\delta+1)^2-4\delta^2]=s^2p^2(2\delta+1)^2-4s^2p^2\delta^2=$

$=[sp(2\delta+1)]^2-[sp(2\delta)]^2=\mathbf{[(\Upsilon s+2sp)/2]^2-[(\Upsilon s)/2]^2}$

Posto $x=p$ si ha che $\mathbf{[(\Upsilon s+2sp)/2]^2-[(\Upsilon s)/2]^2=s^2p^2(4\delta+1)}\Leftrightarrow\Upsilon s^2x+s^2x^2=s^2x^2+4\delta s^2x^2$

$\Leftrightarrow\mathbf{4s^2\delta x^2-\Upsilon s^2x=0}$

Sostituendo $v=x$, $I=0$ e $z=2$ nella <u>successione 2</u> si ha che $D_0=\mathbf{4s^2\delta x^2-\Upsilon s^2x}$

Quindi $D_0=0\Leftrightarrow\mathbf{4s^2\delta x^2-\Upsilon s^2x=0}$

Pertanto, posto $\mathbf{F(x)=4s^2\delta x^2-\Upsilon s^2x}$ **definita nell'intervallo** $\mathbf{0<x<s}$ allora è possibile ricavare $G(x)$, considerata nel PRIMO PUNTO, in funzione di $F(x)$.

Sia $\mathbf{G(x)=\Upsilon+sx+\{s[\Upsilon/(4\delta)]^2\}/x}$ **definita nell'intervallo** $\mathbf{0<x<s}$.Si ha

$(s^2x)[G(x)]=\Upsilon s^2x+s^3x^2+\{s^3[\Upsilon/(4\delta)]^2\}=\mathbf{4s^2\delta x^2+s^3\{x^2+[\Upsilon/(4\delta)]^2\}}-F(x)$

Posto $\mathbf{H(x)=[4s^2\delta+s^3]x^2+s^3[\Upsilon/(4\delta)]^2\}}$ si ha che

$\mathbf{(s^2x)[G(x)]=H(x)-F(x)\Leftrightarrow G(x)=[H(x)-F(x)]/(s^2x)}$ **CVD**

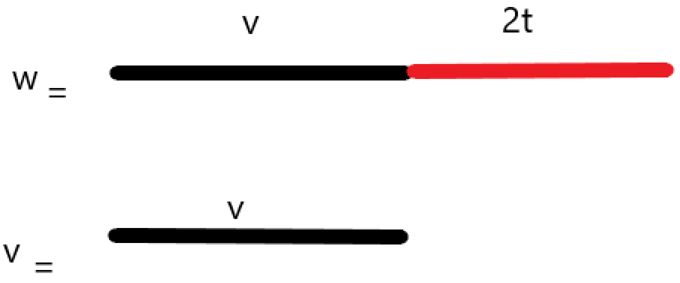
MODELLO MATEMATICO 3

LEGGE MANGHISIANA PER I <u>SEMIPRIMI NON QUADRATI</u>

<u>Teorema 4</u> Siano $v=p$ e $w=d/p$ con p numero primo arbitrario e $p>2$.
Siano s,d due numeri naturali tali che $s=w+v$ e $d=wv$ con $s\geq 8$ e con $d\geq 15$
con d semiprimo dispari non quadrato.
Sia $w>v$
Sia t numero naturale non nullo tale che $t=(w-v)/2$
Sia U numero naturale non nullo tale che $U=d+1-s$
Sia $L=(U+s)/2>0$ e sia $\varepsilon=(U-s)/2\geq 0$
Sia $\tau=p(2\varepsilon+1)>0$
Siano z e l numeri naturali con $z>0$ e con $l\geq 0$.
Siano considerate le seguenti successioni:
<u>successione 7</u> $A_0= v^{z-1}$, $A_1= v^z$, $A_2= v^{z+1}$, $A_3= v^{z+2}$;
<u>successione 8</u> $D_l=2s(1+2\varepsilon)A_{l+1}-2\tau sA_l$
Dove la successione 8 ,definita per ricorrenza utilizzando i termini della progressione geometrica definita nella successione 7, è la LEGGE MANGHISIANA per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI
Allora:
1-Se $t>0$ e $s=(d+p^2)/p$ allora esiste τ numero naturale con $0<\tau<s(2\varepsilon+1)$ tale che la funzione $G(x)= \tau+sx+\{s[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}/x$ definita nell'intervallo $0<x<s$ ammette minimo $MIN(p;p(2L+1))$ per $d\geq [p(2p-1)]/(p-2)$ con $p>2$;
2-Posto $D_1=0$ e $z=2$ esiste $F(x)= 2s(1+2\varepsilon)x^2-2s\tau x$ definita nell'intervallo $0<x<s$ tale che per $H(x)= [2s(1+2\varepsilon)+ 2s^2]\, x^2+ \{2s^2[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}$ si ha che $G(x)=[H(x)-F(x)]/(2sx)$

Dimostrazione

Osservare attentamente il seguente grafico:



$s=w+v$

$v=(s-2t)/2$

$w=v+2t=(s+2t)/2$

PRIMO PUNTO

Siano $w=2P+1$ e $v=2Q+1$ .Essendo $w=d/p$ e $v=p$ con $w>v$ si ha che

$Q=(p-1)/2$ e $P=(d-p)/(2p)$

Posto **$t=P-Q=(d-p^2)/(2p)$** nel Lemma 2 si ha che $t^2=(s^2-4d)/4$

Sostituendo **$d=p^2+2pt$** dentro $t^2=(s^2-4d)/4$ si ha che **$s=2p+2t$**

Calcolando il valore di **$\varepsilon=(U-s)/2=L-s$** si ha che

$\varepsilon=(d+1)/2-(d+p^2)/p=$**$[d(p-2)-p(2p-1)]/(2p)$**

Posto **$\tau=p(2\varepsilon+1)>0$** è possibile considerare la funzione **$G(x)=\tau+sx+\{s[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}/x$ definita nell'intervallo $0<x<s$**

La funzione $G(x)$ è del tipo $G(x)=c+ax+(b/x)$ e ammette derivata prima $G'(x)=a-(b/x^2)$

Essendo $a=$**$s>0$** e $b=$ **$s[\tau/(2\varepsilon+1)]^2>0$** si ha che $g'(x)\geq 0$ se $x\leq -\mathrm{sqrt}(b/a)$ oppure $x\geq \mathrm{sqrt}(b/a)$

Quindi per $x=\mathrm{sqrt}(b/a)=$ **$\tau/(2\varepsilon+1)$** la funzione $G(x)$ ammette minimo.

Essendo **$x=\tau/(2\varepsilon+1)=p$** si ha che

$G(p)=p(2\varepsilon+1)+sp+[sp^2]/p=2p\varepsilon+p+2sp=p(2s+2\varepsilon+1)=p*(2L+1)=[\tau(2s+2\varepsilon+1)]/(2\varepsilon+1)$

Quindi il minimo è **$MIN(p,p(2L+1)) \Leftrightarrow MIN(\tau/(2\varepsilon+1); [\tau(2s+2\varepsilon+1)]/(2\varepsilon+1))$ CVD**

SECONDO PUNTO

Sia **$\tau=p(2\varepsilon+1)\Leftrightarrow\tau s=sp(2\varepsilon+1)$** Essendo **$(2\varepsilon+1)^2-4\varepsilon^2=1+4\varepsilon$ per ogni $\varepsilon\geq 0$** si ha che:

$s^2p^2(1+4\varepsilon)$ $=s^2p^2[(2\varepsilon+1)^2-4\varepsilon^2]=s^2p^2(2\varepsilon+1)^2-4s^2p^2\varepsilon^2=[sp(2\varepsilon+1)]^2-[2sp\varepsilon]^2=$ **$(\tau s)^2-(\tau s-sp)^2$**

Posto $x=p$ si ha che $(\tau s)^2-(\tau s-sp)^2=s^2p^2+4\varepsilon p^2s^2 \Leftrightarrow 2\tau s^2x-s^2x^2=s^2x^2+4\varepsilon s^2x^2$

$\Leftrightarrow 2s^2(1+2\varepsilon)x^2-2\tau s^2x=0 \Leftrightarrow$**$2s(1+2\varepsilon)x^2-2\tau sx=0$**

Sostituendo $v=x$, $I=0$ e $z=2$ nella successione 2 si ha che $D_0=$ **$2s(1+2\varepsilon)x^2-2\tau s\,x$**

Quindi $D_0=0 \Leftrightarrow$**$2s(1+2\varepsilon)x^2-2\tau sx=0$**

Pertanto, posto **$F(x)=2s(1+2\varepsilon)x^2-2s\tau x$ definita nell'intervallo $0<x<s$** allora è possibile ricavare $G(x)$, considerata nel PRIMO PUNTO, in funzione di $F(x)$.

Sia **$G(x)=\tau+sx+\{s[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}/x$ definita nell'intervallo $0<x<s$.**Si ha

$(2sx)[G(x)]=2s^2x^2+2s\tau x+\{2s^2[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}=2s(1+2\varepsilon)x^2-F(x)+2s^2x^2+\{2s^2[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}$

Posto **$H(x)=[2s(1+2\varepsilon)+2s^2]x^2+\{2s^2[\tau/(2\varepsilon+1)]^2\}$** si ha che **$(2sx)[G(x)]=H(x)-F(x) \Leftrightarrow G(x)=[H(x)-F(x)]/(2sx)$ CVD**

ESEMPI E OSSERVAZIONI EMPIRICHE

Il Teorema 4 dimostra che se $s\geq 8$ e :

1) w e v sono PRIMI GEMELLI allora **$\varepsilon=[p^2-2p-3]/2$ per $w=p+2$ e $v=p$;**
2) w e v sono PRIMI CUGINI allora **$\varepsilon=[p^2-7]/2$ per $w=p+4$ e $v=p$;**
3) w e v sono PRIMI SEXY allora **$\varepsilon=[p^2+2p-11]/2$ per $w=p+6$ e $v=p$.**

TEOREMA DEL CRIVELLO DI ERATOSTENE

<u>Definizione 2</u> Siano x e y numeri reali.Si dice che x è minore o uguale a y se esiste h numero reale con $h\geq 0$ tale che $x+h=y$

<u>Lemma 4</u> Siano A,B,C,D numeri reali tali che $A\leq B$ e $C\leq D$.Allora $AC\leq BD$

Dimostrazione

Se $A\leq B$ allora $A+\omega=B$ con $\omega\geq 0$ reale; Se $C\leq D$ allora $C+\varphi=d$ con $\varphi\geq 0$ reale

Essendo $AC\leq(A^2+C^2)/2$ e $BD\leq(B^2+D^2)/2$ allora esistono ξ e θ numeri reali tali che $AC+\xi=(A^2+C^2)/2$ e $BD+\theta=(B^2+D^2)/2$

Quindi,in corrispondenza di $\xi=(A-C)^2/2=(B-\omega-D-\varphi)^2/2$ e $\theta=(B-D)^2/2=(A+\omega-C-\varphi)^2/2$ risulta che:

$(A^2+C^2)/2-(B^2+D^2)/2\leq \xi-\theta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow[(B-\omega)^2+(D-\varphi)^2]/2-(B-\omega-D-\varphi)^2/2\leq[(A+\omega)^2+(C+\varphi)^2]/2-(A+\omega-C-\varphi)^2/2$

$\Leftrightarrow (A^2+C^2)/2-(A-C)^2/2\leq (B^2+D^2)/2-(B-D)^2/2$

$\Leftrightarrow AC\leq BD$ CVD

<u>Teorema 5 (CRIVELLO DI ERATOSTENE)</u> Siano $v=p$ e $w=d/p$ con p numero primo arbitrario e $p\geq 2$.
Siano s,d due numeri naturali tali che $s=w+v$ e $d=wv$
con d semiprimo quadrato oppure d semiprimo dispari non quadrato.
Sia $w\geq v$.
Sia t numero naturale non nullo tale che $t=(w-v)/2$ e tale che $d=(s^2-4t^2)/4$
Sia considerata la funzione $f(x)=x^{1/2}$ definita nell'intervallo $[1;+\infty)$
Se $p\leq\sqrt{d}$ e $\sqrt{d}\leq(s/2)$ allora esistono ω e φ numeri reali con $\omega\geq 0$ e $\varphi\geq 0$ tali che per $dp^2\leq d(s^2/4)$ risulta $\sqrt{[d(s^2/4)]}-\sqrt{(dp^2)} \leq d(\omega+\varphi)$

Dimostrazione

Se **$p\leq\sqrt{d}$** allora $p+\alpha=\sqrt{d}$ con $\alpha\geq 0$ reale; Se **$\sqrt{d}\leq(s/2)$** allora $\sqrt{d}+\beta=(s/2)$ con $\beta\geq 0$ reale

Posto $\omega=\alpha^2+2p\alpha$ e $\varphi=s\beta-\beta^2$ con $\omega=d-p^2$ e $\varphi=(s^2-4d)/4$ si ha che:

$p+\alpha=\sqrt{d} \Leftrightarrow (p+\alpha)^2=(\sqrt{d})^2 \Leftrightarrow p^2+ \alpha^2+2p\alpha =d \Leftrightarrow \mathbf{p^2+\omega=d} \Leftrightarrow \mathbf{p^2\leq d}$ (*5 A) ;

$\sqrt{d}+\beta=(s/2) \Leftrightarrow (\sqrt{d})^2 = [(s/2)-\beta]^2 \Leftrightarrow (s/2)^2-d= s\beta-\beta^2 \Leftrightarrow (s/2)^2-d=\varphi$

$\Leftrightarrow \mathbf{d+\varphi=(s/2)^2} \Leftrightarrow \mathbf{d\leq(s/2)^2}$ (*5B)

Per il <u>Lemma 4</u> si ha che $\{p^2\leq d$ e $d\leq(s/2)^2\} \Leftrightarrow$ **$dp^2\leq d(s^2/4) \Leftrightarrow p\leq (s/2)$ (*5C)**

Quindi **$dp^2\leq d(s^2/4) \Leftrightarrow 0 \leq d(s^2/8) - d(p^2/2)=d[(s^2/8)-(p^2/2)]=d(\omega+\varphi)/2$ (*5D)**

Siano $F=\sqrt{(H-\sqrt{Q})}$ e $G=\sqrt{(H+\sqrt{Q})}$ con $J=(dp)^2(s/2)^2$, $H=d[p^2/2+s^2/8]$,$Q=H^2-J$

Utilizzando la formula dei radicali doppi si ha che:

$G=\sqrt{(H+\sqrt{Q})}=\sqrt{[d(s^2/4)]}$

$F=\sqrt{(H-\sqrt{Q})}= \sqrt{[d(p^2)]}$

Posto $y= d(s^2/4)$ e $x= d(p^2)$ si ha che $y\geq x\geq 1$ da cui $(y/x)^{1/2}\leq(y/x)$

Allora $y^{1/2}-x^{1/2}=x^{1/2}[(y/x)^{1/2}-1]\leq x^{1/2}[(y/x)-1]=x^{1/2-1} (y-x)$

Per le note proprietà delle potenze si nota che $x^{[1/2-1]} \leq 1$ da cui $y^{1/2}-x^{1/2}\leq(y-x)$

Pertanto $\sqrt{[d(s^2/4)]}-\sqrt{(dp^2)} \leq d(s^2/4) - dp^2 =$ **$d(\omega+\varphi)$** CVD

FUNZIONE TOZIENTE DI EULERO

Definizione 3 la funzione **phi di Eulero** o semplicemente **funzione di Eulero** o **toziente**, è una funzione definita, per ogni intero positivo θ, come il numero degli interi compresi tra 1 e θ che sono coprimi con θ.

Lemma 5 Per ogni primo q e per ogni i>0 si ha che $\phi(q^i)=q^i-q^{i-1}$

Dimostrazione

Trovare tutti i valori di ξ minori o uguali a $\theta=q^i$ tali che $MCD(\theta,б)\neq1$ è equivalente a dire che i valori di б dono essere multipli di θ.Quindi,tutti i multipli non coprimi di $\theta=q^i$ sono della forma $q*j$ con $1\leq j\leq q^{i-1}$e sono in totale q^{i-1} .

Ma,tutti i numeri minori o uguali di θ sono q^i.Questo significa che $\boldsymbol{\phi(q^i)=q^i-q^{i-1}}$ CVD

Teorema 6 (Proprietà della funzione TOZIENTE)

Per ogni coppia di primi w e v entrambi dispari con w>v tali che s=w+v e d=vw si ha che $\phi(wv)=\phi(w)*\phi(v)$ se e solo se $\phi(d) \equiv 2(v^2-v) \bmod (v-1)$

Dimostrazione

Siano definite le norme seguenti:

$N(a+b\sqrt{q})=a^2-qb^2$; $N(c+d\sqrt{z})=c^2-zd^2$

$\bar{A}= a-b\sqrt{q}$; $\bar{E}= c-d\sqrt{z}$; $A= a+b\sqrt{q}$;$E= c+d\sqrt{z}$

$N(A)=A\bar{A}$; $N(E)=E\bar{E}$; $N(O)=O\bar{O}$ con $O=AE$ e $\bar{O}=\bar{A}\bar{E}$

Allora $N(AE)=N(A)*N(E)$

Infatti $\bar{O}=\bar{A}\bar{E}=ac+ad\sqrt{z}-cb\sqrt{q}+bd\sqrt{(qz)}$; $AE=ac+ad\sqrt{z}+cb\sqrt{q}+bd\sqrt{(qz)}$

$N(AE)=N(O)= O\bar{O}=AE*\bar{A}\bar{E}=A\bar{A}*E\bar{E}=N(A)*N(E)$

Per a=w,b=1,q=w; c=v,b=1,z=v si ha che $\boldsymbol{N(w+\sqrt{w})=w^2-w}$; $\boldsymbol{N(v+\sqrt{v})=v^2-v}$

Quindi la norma così definita è una funzione ingettiva.

Tale proprietà si deve trasferire anche nelle congruenze legate ai tozienti.

Infatti:

Se $\boldsymbol{\phi(w) \equiv - 2(w^2-w) \bmod (w-1)}$ allora esiste η intero tale che $\boldsymbol{\phi(w)=(w-1)(\eta-2w)}$;

Se $\boldsymbol{\phi(s-w) \equiv - 2[(s-w)^2-(s-w)] \bmod (s-w-1)}$ allora esiste λ intero tale che $\boldsymbol{\phi(s-w)=(s-w-1)[\lambda+2(s-w)]}$

Essendo w e s-w entrambi primi,si può applicare il Lemma 5 ad entrambi i tozienti ottenendo $\boldsymbol{\eta=2w+1}$ e $\boldsymbol{\lambda=1-2(s-w)}$ da cui $\boldsymbol{(\eta-2w)=1}$ **e** $\boldsymbol{[\lambda+2(s-w)]=1}$ **.**

Inoltre si nota che,se $s=(d+p^2)/p$ allora:

$s=(d+p^2)/p \Leftrightarrow d=sp-p^2 \Leftrightarrow d=s(s-w)-(s-w)^2 \Leftrightarrow d=(s-w)[s-(s-w)] \Leftrightarrow \boldsymbol{d=w(s-w)}$

Considerando l'equazione $\boldsymbol{[\Omega+1-\lambda]= [(\eta-1)/2]-1}$ si ha che $\boldsymbol{\Omega=(\eta+2\lambda-5)/2}$

Se $\boldsymbol{\phi(d) \equiv 2(v^2-v) \bmod (v-1)} \Leftrightarrow \boldsymbol{\phi(d) \equiv 2[(s-w)^2-(s-w)] \bmod (s-w-1)}$ allora esiste $\boldsymbol{\Omega=(\eta+2\lambda-5)/2}$ con Ω numero intero tale che $\boldsymbol{\phi(d)=(s-w-1)[\Omega+2(s-w)]}$

Essendo $\boldsymbol{\Omega+2(s-w)=w-1 \Leftrightarrow [\Omega+1-\lambda]= [(\eta-1)/2]-1}$ si ha la tesi perchè

$\boldsymbol{\phi(d)=(s-w-1)[\Omega+2(s-w)]=(v-1)(w-1)}$ **CVD.**

TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH
per i SEMIPRIMI QUADRATI

Siano s,d due numeri naturali tali che $s=2p$ e $d=p^2$ con p numero primo e $p\geq 2$
Siano $v=p$ e $w=d/p$
Sia U numero naturale non nullo tale che $U=d+1-s$
Sia $M=4(U+s)$ e sia $\delta=(4U+3s)/2\geq 0$
Sia $\Upsilon=p(4\delta)>0$
Sia $U=\Psi+1-(s/2)$ con $\Psi>0$
Sia considerata la funzione ausiliaria $G(x)=c+ax+(b/x)$ definita nell'intervallo $p\leq x\leq s$ dove $a=s$; $b= s[\Upsilon/(4\delta)]^2>0$; $c=p(4\delta)>0$

La CONGETTURA DI GOLDBACH è VERA per ogni d semiprimo quadrato se e solo se $\phi(s^2/4)= (s^2-2s)/4$

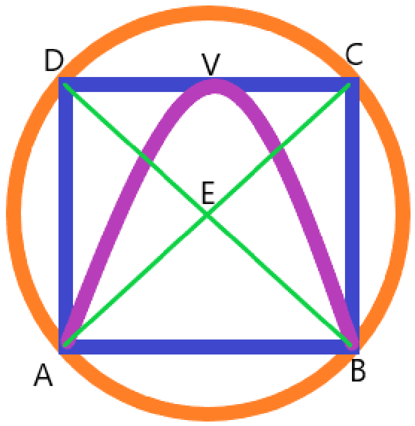
DIMOSTRAZIONE
Si osserva che:
1-se $p=s/2$ si ha per il <u>Lemma 1</u> che $d=p^2$ e $s=2p$ per $t=0$;
2- Per il <u>Teorema 3</u> si ha che **$M=s+2\delta$** da cui **$d=(M-2\delta)^2/4$;**
3- Sostituendo **$i=2$** nel <u>Lemma 5</u> si ha che **$\phi(d)=q^2-q$** per ogni q primo
Pertanto se $\phi(d)=\Psi$ e $\Psi=(2d-s)/2$ allora **$\Psi=(M-2\delta)^2/4-(M-2\delta)/2$**
Per **$\delta=(4U+3s)/2$ e $M=4(U+s)$** si ha che **$\Psi=(s^2-2s)/4$** che per $s=2p$ è **il valore calcolato nel <u>Lemma 3</u> per $z=2$**
Sostituendo si ha che **$\phi((M-2\delta)^2/4) = (s^2-2s)/4 \Leftrightarrow \phi(s^2/4)= (s^2-2s)/4$ CVD**

TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH
per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI

Siano v=p e w=d/p numeri entrambi primi DISPARI con $p\geq3$.
Siano n,h numeri naturali tali che v=2n+1 e w=h+n
Siano s,d due numeri naturali tali che s=w+v , d=wv e w>v.
Sia t numero naturale non nullo tale che t=(w-v)/2 e tale che $d=(s^2-4t^2)/4$
Sia U numero naturale non nullo tale che U=d+1-s
Sia L=(U+s)/2>0 e sia $\varepsilon=(U-s)/2\geq0$
Sia $\tau=p(2\varepsilon+1)>0$
Sia considerata la funzione ausiliaria T(x)=F(x)-Kx definita nell'intervallo $v-1\leq x\leq w-1$ e derivabile nell'intervallo v-1<x<w-1 dove $F(x)=(-4/3)x^3+2(s-2)x^2+[4t^2-(s-2)^2]x$
Posto K=[F(w-1)-F(v-1)]/(w-v) si ha che

1) **esistono c_1 e c_2 numeri reali nell'intervallo $v-1\leq x\leq w-1$ tale che per $z=c_1c_2$ numero razionale e per ogni semiprimo non quadrato della forma d=(2n+1)(h+n) si ha che $s=[3d+2t^2+3-3z)]/3$ è la somma verificante la congettura di Goldbach per $z=(h^2+10hn-2h+13n^2-10n+1)/6$ dove n=(v-1)/2 e h=w-n**
2) **$(s-2)^2-4t^2=4U$ con $\phi(d)=\phi(w)*\phi(v)=U$**

Dimostrazione I PUNTO
Osservare la seguente figura.



Siano considerati i seguenti punti
$A(\phi(v);0)$ $B(\phi(w);0)$ $C(\phi(w);[\phi(w)-\phi(v)]^2)$ $D(\phi(v);[\phi(w)-\phi(v)]^2)$
Sia E il punto medio tra A e C
Per il Lemma 5 si ha $\phi(v)=v-1$ e $\phi(w)=w-1$ perché w e v sono primi per ipotesi.
Questi punti appartengono alla CIRCONFERENZA MANGHISIANA di centro E e raggio la metà della distanza tra A e C.Tale circonferenza ha la seguente equazione:
$\mathbf{x^2+y^2-(s-2)x-4t^2y+[(s-2)^2/4-t^2]=0}$ di raggio $r= t\sqrt{(4t^2+1)}$
Quindi il rettangolo di vertici A,B,C,D è iscritto nella CIRCONFERENZA MANGHISIANA.

Sia V il punto medio tra C e D e sia considerata la PARABOLA MANGHISIANA passante per i punti A,B,V.Essa ha la seguente equazione:

$\mathbf{y=-4x^2+4(s-2)x+[4t^2-(s-2)^2]}$

Si può,dunque,applicare il Teorema di Archimede.Infatti

L'integrale definito della PARABOLA MANGHISIANA,che è uguale alla differenza dei valori assunti dalla primitiva rispettivamente nell'estremo superiore w-1 e nell'estremo inferiore v-1, è uguale ai 2/3 dell'area del rettangolo di vertici A,B,C,D iscritto alla CIRCONFERENZA MANGHISIANA e circoscritto alla PARABOLA MANGHISIANA

Tra le infinite primitive della PARABOLA MANGHISIANA si scelga

$\mathbf{F(x)=(-4/3)x^3+2(s-2)x^2+[4t^2-(s-2)^2]x}$

Quindi,applicando il Teorema della Media Integrale,deve esistere almeno un punto c appartenente all'intervallo $\mathbf{v-1\leq x\leq w-1}$ tale che

$\mathbf{F(w-1)-F(v-1)=16t^3/3 =[(w-1)-(v-1)]*F'(c)}$ **da cui** $\mathbf{F'(c)= 8t^2/3}$

Applicando il Teorema di Lagrange alla funzione ausiliaria $\mathbf{T(x)=F(x)-Kx}$ si ha

$\mathbf{K=[F(w-1)-F(v-1)]/(w-v)=F'(c)}$

Dove $\mathbf{F'(x)=-4x^2+4(s-2)x+[4t^2-(s-2)^2]}$ **=PARABOLA MANGHISIANA**

Sviluppando tale calcolo si ottiene $\mathbf{c_1=(s-2)/2-(t\sqrt{3})/3}$ **e** $\mathbf{c_2=(s-2)/2+(t\sqrt{3})/3}$ che sono entrambi accettabili.

Sia $\mathbf{z=c_1c_2}$ .Allora è possibile determinare la ragione della seguente progressione aritmetica avente come primo termine $a_1=2t^2+3$ e come (j+1)-esimo termine $a_{j+1}=3(z+s)$ dove i termini sono G=j+1

Essendo:

$\mathbf{z=c_1c_2=(s-2)^2/4-t^2/3}$ **;** $\mathbf{U=d+1-s=(s-2)^2/4-t^2}$ si ha che :

$z-U=(2t^2)/3 \Leftrightarrow z+s=d+1+(2t^2)/3 \Leftrightarrow 3(z+s)=3(d+1)+2t^2 \Leftrightarrow 3(z+s)=2t^2+3+3d$

Utilizzando la seguente proprietà delle progressioni aritmetiche

$a_r=a_q+(r-q)d \Leftrightarrow d=[a_r-a_q]/(r-q)$

Posto q=1,r=j+1=G, $a_1=2K^2+3$; $a_{j+1}=3(s+z)=3(2N+z)=3N^2+3-K^2$;

$z=U+(2t^2)/3=[3(N-1)^2-K^2]/3$; $d=N^2-K^2$; N=s/2 ; K=t

Risulta che $d=[a_r-a_s]/(r-s)= [a_{j+1}-a_1]/(j+1-1)= [a_{j+1}-a_1]/j \Leftrightarrow j=3$

Infatti $j(N^2-K^2)=[3N^2+3-K^2-(2K^2+3)] \Leftrightarrow j=3$ da cui G=j+1=4

Quindi,posto $\mathbf{[3(z+s)-(2t^2+3)]/3=d}$ come ragione si ha che $\mathbf{s=[3d+2t^2+3-3z)]/3}$ e la somma dei termini è $S_G=G(a_1+a_{j+1})/2=2(a_1+a_{j+1})=2[3s+2t^2+3(z+1)]$

Sostituendo s=3n+1+h ; d=(2n+1)(h+n) ;t=(h-n-1)/2 si ha che

$\mathbf{z=(h^2+10hn-2h+13n^2-10n+1)/6}$ che è la tesi **.**

Pertanto ogni semiprimo dispari non quadrato è esprimibile nella forma d=(2n+1)(h+n) con v=2n+1 e w=h+n **CVD**

Dimostrazione II PUNTO

Se $(d+1)/2 \equiv (p-1)^2/2 \mod p$ allora esistono $n_1=(p-1)/2$ e $n_2=t+1$ tali che $(d+1)/2=2n_1^2+2n_2n_1+n_2$ da cui $d=p^2+2pt$

Da questa congruenza si può risalire alla funzione G del <u>Teorema 4</u> perché:

$(d+1)/2=(p-1)^2/2+ p(t+1) \Leftrightarrow p[(p-1)^2-2\varepsilon]+p[2p(t+1)+(2\varepsilon+1)]=p(d+2)$

Da cui $G(p)-\tau=p[(p-1)^2-2\varepsilon+2p(t+1)] \Leftrightarrow G(p)-\tau=p[d+1-2\varepsilon] \Leftrightarrow G(p)-\tau=2sp$

Risolvendo la proporzione $\mathbf{(s+\varepsilon):[(d+1)/2]= (s+2\varepsilon):U}$ si ricava che $\varepsilon=(d+1)/2-s$

Oppure che $\mathbf{4U(s+\varepsilon)=2(d+1)(s+2\varepsilon)}$

Essendo $4d=8(s+\varepsilon)-4=s^2-4t^2$ si ha che $4t^2=s^2+4-8(s+\varepsilon)$

Ma $4t^2=s^2+4-8(s+\varepsilon) \Leftrightarrow 4t^2=[(s-2)^2+4s]-8(s+\varepsilon) \Leftrightarrow 4t^2(s+\varepsilon)=[(s-2)^2+4s](s+\varepsilon)-8(s+\varepsilon)^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 8(s+\varepsilon)^2-4s(s+\varepsilon)=(s-2)^2(s+\varepsilon) - 4t^2(s+\varepsilon)$

Per la dimostrazione del I punto,posto U il prodotto delle soluzioni di $F'(x)=0$,si ha che $4U(s+\varepsilon)=(s-2)^2(s+\varepsilon) - 4t^2(s+\varepsilon)$

Dunque si ha la tesi perché:

$8(s+\varepsilon)^2-4s(s+\varepsilon)=(s-2)^2(s+\varepsilon) - 4t^2(s+\varepsilon) \Leftrightarrow 8(s+\varepsilon)-4s=4U \Leftrightarrow 8[(d+1)/2]-4s=4U \Leftrightarrow$
$4d+4-4s=4U \Leftrightarrow s^2-4s-4t^2+4=4U \Leftrightarrow \mathbf{(s-2)^2-4t^2=4U}$ che è la tesi **CVD**

OSSERVAZIONE 1 SUL TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI

Sia $S=\{a_1;a_2;a_3;a_4\}$ l'insieme formato dagli elementi costituenti la progressione aritmetica costruita nel "TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI".Allora S è NUMERABILE e ha esattamente 4 elementi. Inoltre,per $A=-2a_2$ e $B=-2a_3$ si ha che $AB=[(A+B)/2]^2-[(A-B)/2]^2$

Dimostrazione

Siano considerati i termini della progressione aritmetica come segue:

$a_1=m;a_2=m+d;\ a_3=m+2d;a_4=m+3d$ dove m è il termine iniziale e d è la ragione.

Sia considerata la circonferenza passante per i punti $\mathbf{A(a_1;a_4);B(a_3;a_2);C(a_1;a_2)}$

Tale circonferenza ha equazione $\mathbf{X^2+Y^2-2(m+d)X-2(m+2d)Y+[2m^2+6dm+3d^2]=0}$ di centro $M(m+d;m+2d)\Leftrightarrow M(a_2;a_3)$ e raggio $r=d\surd 2$

Sia considerata la circonferenza passante per i punti P(1;4);Q(3;2);L(1;2)

Tale circonferenza ha equazione $X^2+Y^2-4X-6Y+11=0$ avente centro N(2;3)

Siano considerati i seguenti insiemi:

H={A;B;C;M} e G={P;Q;L;N}

Quindi sia considerata la funzione $f:H\rightarrow G$ tale che per ogni coppia di H della forma $(a_k;a_h)$ si ha che $f(a_k;a_h)=(k,h)$

Si ha che f(A)=P;f(B)=Q; f(C)=L;f(M)=N

Pertanto,essendo f una funzione bigettiva,esiste una CORRISPONDENZA BIUNIVOCA tra i punti dell'insieme H e i punti dell'insieme G.

Tale corrispondenza garantisce che l'insieme $S=\{a_1;a_2;a_3;a_4\}$ formato dagli elementi costituenti la progressione aritmetica generica è NUMERABILE ed ha esattamente 4 elementi.

Considerando nuovamente la circonferenza di equazione

$\mathbf{X^2+Y^2-2(m+d)X-2(m+2d)Y+[2m^2+6dm+3d^2]=0}$ di centro $M(m+d;m+2d)\Leftrightarrow \mathbf{M(a_2;a_3)}$

si ha che,posto $-A/2=a_2$ e $-B/2=a_3$ è vera la scomposizione di Fermat

$AB=[(A+B)/2]^2-[(A-B)/2]^2$

Siano w=N+K e v=N-K i due primi verificanti il "TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI" dove s=w+v,d=wv e t=(w-v)/2.Allora $A=-(s^2+12+4t^2)/2$ e $B=-(s^2+6)$ per $m=2t^2+3$

Infatti,posto a sistema le condizioni $N^2+K^2=-(A+6)/2$; $N^2-K^2=(A-B)/2$ si ha che $N^2=-(B+6)/4$ e $K^2=(B-6-2A)/4$

Essendo N=s/2 e K=t si ha che $A=-(s^2+12+4t^2)/2$ e $B=-(s^2+6)$

Posto $s^2=4d+4t^2$ e $m=2t^2+3$ si ha che:

$A=-(s^2+12+4t^2)/2\Leftrightarrow -A/2=(s^2+12+4t^2)/4\Leftrightarrow -A/2=(4d+4t^2+12+4t^2)/4=d+2t^2+3=d+m=a_2;$

$B=-(s^2+6)\Leftrightarrow -B/2=(s^2+6)/2\Leftrightarrow -B/2=(4d+4t^2+6)/2=2d+2t^2+3=2d+m=a_3$ CVD

Si evince da questo risultato che è possibile operare un cambiamento di origine:
Sia O'(v,w) O(-A/2;-B/2) Allora le equazioni di cambiamento di origine sono:
$v=-A/2-\lambda$; $w=-B/2-\eta$ dove $\lambda= d+2t^2+3-[(s-2t)/2]$ e $\eta=2d+2t^2+3-[(s+2t)/2]$
con $d=N^2-K^2$; $s=2N$; $t=(w-v)/2=K$
Quindi per $A=-2(v+\lambda)$; $B=-2(w+\eta)$ si ha che la circonferenza di equazione
$\mathbf{X^2+Y^2-2(m+d)X-2(m+2d)Y+[2m^2+6dm+3d^2]=0}$ di centro $M(m+d;m+2d)\Leftrightarrow \mathbf{M(a_2;a_3)}$
È univocamente determinata per $\mathbf{v+\lambda=m+vw}$ e $\mathbf{w+\eta=m+2wv}$

SPIEGAZIONE EMPIRICA-ECONOMICA DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH

Osservare la seguente tabella

CODICE DEL PRODOTTO						Gruppo S = "marchio di qualità"			
v	w	s	d	t	m	a_1	a_2	a_3	a_4
3	97	100	291	47	4421	4421	4712	5003	5294
11	89	100	979	39	3045	3045	4024	5003	5982
17	83	100	1411	33	2181	2181	3592	5003	6414
29	71	100	2059	21	885	885	2944	5003	7062
41	59	100	2419	9	165	165	2584	5003	7422
47	53	100	2491	3	21	21	2512	5003	7494

Supponiamo che si debba conoscere il "CODICE DEL PRODOTTO" conoscendo solo il "marchio di qualità".
Dall' OSSERVAZIONE SUL TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI sappiamo che è possibile considerare la circonferenza di equazione
$\mathbf{X^2+Y^2-2(m+d)X-2(m+2d)Y+[2m^2+6dm+3d^2]=0}$ di centro $M(m+d;m+2d)\Leftrightarrow \mathbf{M(a_2;a_3)}$
utilizzando solo i dati della tabella perché abbiamo i dati sul gruppo S.
Seguendo il ragionamento per il cambiamento di origine,si perviene alla conoscenza del "codice del prodotto".
Questo esempio è estendibile per ogni somma s verificante la congettura di Goldbach,perchè il "marchio di qualità" è univoco per ogni "codice del prodotto".

LA CONGETTURA DEBOLE DI GOLDBACH

"Sia $N=w+v+q$ con w,v,q NUMERI PRIMI. Allora N è un numero dispari maggiore o uguale a 9"

Tale congettura è vera se si verifica una o entrambe le seguenti osservazioni.

OSSERVAZIONE 2 SUL TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI

Sia $S=\{a_1;a_2;a_3;a_4\}$ l'insieme formato dagli elementi costituenti la progressione aritmetica costruita nel "TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI NON QUADRATI".

Sia q numero dispari qualunque con $q\geq 1$ tale che $b_j=q\ a_j+2(d+q)(q-1)$ per ogni a_j appartenente all'insieme S

Allora:

1) i termini b_j formano una progressione aritmetica di ragione qd
2) il rettangolo di vertici $A(0;0)$ $B(qd;0)$ $C(qd;q^2)$ $D(0;q^2)$ è SIMILE al rettangolo di vertici $E(0;0)$ $F(d;0)$ $G(d;q)L(0;q)$ per ogni q verificante il primo punto;
3) se $N=s+q$ con q qualunque numero dispari anche non primo allora è vera la Congettura debole di Goldbach

Dimostrazione (I PUNTO)

$b_1= q\ a_1+2(d+q)(q-1)$ da cui $a_1= [b_1-2(d+q)(q-1)]/q$;
$b_2= q\ a_2+2(d+q)(q-1)$ da cui $a_2= [b_2-2(d+q)(q-1)]/q$;
$b_3= q\ a_3+2(d+q)(q-1)$ da cui $a_3= [b_3-2(d+q)(q-1)]/q$;
$b_4= q\ a_4+2(d+q)(q-1)$ da cui $a_4= [b_4-2(d+q)(q-1)]/q$.

Essendo
$a_2-a_1=d \Leftrightarrow qa_2-qa_1=dq \Leftrightarrow b_2-b_1=dq$
$a_3-a_2=d \Leftrightarrow qa_3-qa_2=dq \Leftrightarrow b_3-b_2=dq$
$a_4-a_3=d \Leftrightarrow qa_4-qa_3=dq \Leftrightarrow b_4-b_3=dq$
si ha la tesi.

Dimostrazione (II PUNTO)

Sia $H=\{E,F,G,L,M\}$ dove M è il punto medio delle diagonali EG e FL;
Sia $G=\{A,B,C,D,N\}$ dove N è il punto medio delle diagonali AC e BD
Considerando l'applicazione $f:H\rightarrow G$ tale che per ogni coppia $(h;k)$ dell'insieme H si ha che $f(h;k)=(qh;qk)$ allora si ha una CORRISPONDENZA BIUNIVOCA,perché $f(E)=A$; $f(F)=B,f(G)=C;f(L)=D;f(M)=N$ .Quindi i rettangoli sono SIMILI.
Quindi è possibile calcolare la differenza dei perimetri dei rettangoli.
Infatti $p_1-p_2= 2(d+q)(q-1)$ dove $p_1=2q(d+q)$ e $p_2=2(d+q)$
Con questa corrispondenza è stato possibile costruire la PROGRESSIONE ARITMETICA del PRIMO PUNTO. CVD

Si evince da questa osservazione che la CONGETTURA DEBOLE DI GOLDBACH è sempre VERA per ogni SEMIPRIMO DISPARI NON QUADRATO della forma vw con w>v se esiste n>3 tale che 2n+1=w+v+q con q qualunque numero DISPARI.
ESEMPIO 9=5+3+1 con v=3,w=5,q=1

OSSERVAZIONE 3 SUL TEOREMA FORMALE DELLA CONGETTURA DI GOLDBACH per i SEMIPRIMI DISPARI QUADRATI

Sia considerato il termine $\Psi=(s^2-2s)/4$ con s=2v e sia $d=(4\Psi+2s)/4$
Sia $E=\{e_1;e_2;e_3;e_4\}$ l'insieme formato dagli elementi costituenti la progressione aritmetica $e_1= \Psi$; $e_2= \Psi+d$; $e_3= \Psi+2d$; $e_4= \Psi+3d$
Sia q numero dispari qualunque con q≥1 tale che $u_j=q\ e_j+2(d+q)(q-1)$ per ogni e_j appartenente all'insieme E
Allora:

1) i termini u_j formano una progressione aritmetica di ragione qd
2) il rettangolo di vertici A(0;0) B(qd;0) C(qd;q^2) D(0;q^2) è SIMILE al rettangolo di vertici E(0;0) F(d;0) G(d;q)L(0;q) per ogni q verificante il primo punto
3) se N=s+q per q numero primo dispari allora è vera la CONGETTURA DI LEVY

Dimostrazione (I PUNTO)
$u_1= q\ e_1+2(d+q)(q-1)$ da cui $e_1= [u_1-2(d+q)(q-1)]/q$;
$u_2= q\ e_2+2(d+q)(q-1)$ da cui $e_2= [u_2-2(d+q)(q-1)]/q$;
$u_3= q\ e_3+2(d+q)(q-1)$ da cui $e_3= [u_3-2(d+q)(q-1)]/q$;
$u_4= q\ e_4+2(d+q)(q-1)$ da cui $e_4= [u_4-2(d+q)(q-1)]/q$.
Essendo
$e_2-e_1=d \Leftrightarrow qe_2-qe_1=dq \Leftrightarrow u_2-u_1=dq$
$e_3-e_2=d \Leftrightarrow qe_3-qe_2=dq \Leftrightarrow u_3-u_2=dq$
$e_4-e_3=d \Leftrightarrow qe_4-qe_3=dq \Leftrightarrow u_4-u_3=dq$
si ha la tesi.
Dimostrazione (II PUNTO)
Sia H={E,F,G,L,M} dove M è il punto medio delle diagonali EG e FL;
Sia G={A,B,C,D,N} dove N è il punto medio delle diagonali AC e BD
Considerando l'applicazione f:H→G tale che per ogni coppia (h;k) dell'insieme H si ha che f(h;k)=(qh;qk) allora si ha una CORRISPONDENZA BIUNIVOCA,perché f(E)=A ; f(F)=B,f(G)=C;f(L)=D;f(M)=N .Quindi i rettangoli sono SIMILI.
Quindi è possibile calcolare la differenza dei perimetri dei rettangoli.
Infatti $p_1-p_2= 2(d+q)(q-1)$ dove $p_1=2q(d+q)$ e $p_2=2(d+q)$
Con questa corrispondenza è stato possibile costruire la PROGRESSIONE ARITMETICA del PRIMO PUNTO. CVD

Esempi
$N=9$ con $v=2$ e $q=5$ con $s=2v=4$
Si ha l'insieme $E=\{2;6;10;14\}$ perché $\Psi=(s^2-2s)/4=2$ e $d=4$.
Quindi vale sia il PUNTO 1 che il PUNTO 2

$N=9$ con $v=3$ e $q=3$ con $s=2v=6$
Si ha l'insieme $E=\{6;15;24;33\}$ perché $\Psi=(s^2-2s)/4=6$ e $d=9$.
Quindi vale sia il PUNTO 1 che il PUNTO 2

Pertanto si può concludere che la Congettura debole è valida se esistono terne (w,v,q) rispettanti una o entrambe le osservazioni precedenti.
Ad esempio,per N=9 si verificano entrambe le osservazioni perché (2,2,5) e (3,3,3) verificano l'OSSERVAZIONE 3 e la terna (5,3,1) verifica l'OSSERVAZIONE 2.

1742 Formula della congettura Goldbach
1691 Teorema di Rolle
nascita/morte di Goldbach 1690-1764
nascita/morte di Lagrange 1736-1813
Nascita/Morte di Michel Rolle 1652-1719
Nascita/Morte di Fermat 1601-1665